



Únava kovových materiálů

Libor Pantělejev

OBSAH

<u>1. ÚVOD</u>	5
<u>2. ZMĚNY MECHANICKÝCH VLASTNOSTÍ</u>	7
2.1. CYKlickÉ ZPEVNĚNÍ A ZMĚKČENÍ	7
2.1.1. CYKlickÁ KŘIVKA NAPĚTÍ – DEFORMACE	11
2.1.1.1. Polykrystalické materiály	12
2.1.1.2. Monokrystalické materiály	13
2.2. MIKROSTRUKTURA	13
<u>3. NUKLEACE ÚNAVOVÝCH TRHLIN</u>	15
3.1. MECHANISMY NUKLEACE MIKROTRHLIN	16
<u>4. STADIUM ŠÍŘENÍ TRHLIN</u>	17
4.1. ETAPY ŠÍŘENÍ	17
<u>5. KŘIVKY ŽIVOTNOSTI</u>	18
5.1. KŘIVKA ŽIVOTNOSTI $\sigma_A - N_F$ (S-N KŘIVKA)	18
5.2. KŘIVKY ŽIVOTNOSTI $\epsilon_A - N_F$	19
5.2.1. KŘIVKA ŽIVOTNOSTI $\epsilon_{AP} - N_F$	19
5.2.2. KŘIVKA ŽIVOTNOSTI $\epsilon_{AT} - N_F$	19
5.3. VLIV STŘEDNÍHO NAPĚTÍ	20
<u>6. CYKlickÝ CREEP</u>	24
6.1. MECHANISMY A MODELy CYKlickÉHO CREEPU	26
6.1.1. ZALOŽENÉ NA CREEPOVÝCH ZÁKONECH	26
6.1.2. MODELy PRO STANOVENÍ RYCHLOSTI CYKlickÉHO CREEPU	27
6.1.2.1. Založené na „integraci creepových zákonů“	27
6.1.2.2. Model založený na asymetrii $\sigma - \epsilon$ diagramů v tahu a tlaku	28
6.1.3. FYZIKÁLNÍ MECHANISMY	29
Použitá literatura :	31

Seznam vybraných obrázků

Hysterezní smyčka → [obr. 3.](#)

Cyklická křivka napětí – deformace → [obr. 6.](#)

Wöhlerova křivka → [obr. 1.](#), [obr. 13.](#)

Manson – Coffinova křivka životnosti → [obr. 14.](#)

Vliv středního napětí na S-N diagram → [obr. 15.](#)

Normovaný diagram konstantní životnosti → [obr. 17.](#)

Diagram konstantní únavové životnosti → [obr. 16.](#), [obr. 18.](#)

Modifikovaná přímka Goodmanova, Gerberova parabola a Soderbergova přímka → [obr. 19.](#)

Smithův diagram → [obr. 20.](#)

Creep vs. cyklický creep → [obr. 22.](#)

Creepový lom → [obr. 23. C](#)

Únavový lom → [obr. 23. D](#)

Seznam vybraných symbolů a zkratek

σ_a – amplituda napětí

σ_m – střední napětí [obr. 1.](#)

σ_h , $\sigma_{\max}$ – horní napětí [obr. 1.](#)

σ_d , $\sigma_{\min}$ – dolní napětí

N , N_f , N_c – počet cyklů, počet cyklů do lomu, počet cyklů odpovídající časované mezi únavy

N_0 – počet cyklů potřebných k nukleaci trhliny

σ_{N_c} - časovaná mez únavy

σ_c - mez únavy

ε_{at} , ε_{ap} , ε_{ae} - amplituda celkové deformace, plastické deformace, elastické deformace

$(\varepsilon_{ap})_{sat}$ - staturovaná hodnota amplitudy deformace

$(\sigma_a)_{sat}$ - staturovaná hodnota amplitudy napětí

CKND – cyklická křivka napětí – deformace

k – koeficient únavové pevnosti (v souvislosti s CKND)

n – součinitel únavového zpevnění (v souvislosti s CKND)

τ_a – amplituda smykového napětí

γ_{ap} – amplituda plastické smykové deformace

PSP – persistentní skluzová pásma

ε_{creep} – creepová deformace

γ – energie vrstevné chyby

UHFC – ultra high cycle fatigue

N_0 – počet cyklů potřebných k nukleaci trhliny

σ'_f – součinitel únavové pevnosti

b – součinitel únavové životnosti

N_c – limitní počet cyklů, kdy nedochází k lomu, je dosaženo meze únavy

R_m – napětí na mezi pevnosti v tahu

ε'_f – součinitel únavové tažnosti

c – součinitel únavové životnosti

E – Youngův modul pružnosti

R, P, A – parametry asymetrie cyklu

σ_{ar} – amplituda napětí při $\sigma_m = 0$, pro danou životnost

R_e – napětí na mezi kluzu

$R_{p0,2}$ – smluvní mez kluzu

σ_{hc} – horní napětí pro mez únavy (Smithův diagram)

σ_{ac} – amplituda napětí pro mez únavy (Smithův diagram)

$\Delta\sigma$ – rozkmit napětí

ε_m – střední hodnota deformace

$\dot{\varepsilon}$ – rychlost deformace (rychlost creepové deformace)

$\dot{\varepsilon}_{min}$ – minimální rychlost jednosměrné deformace (creepu)

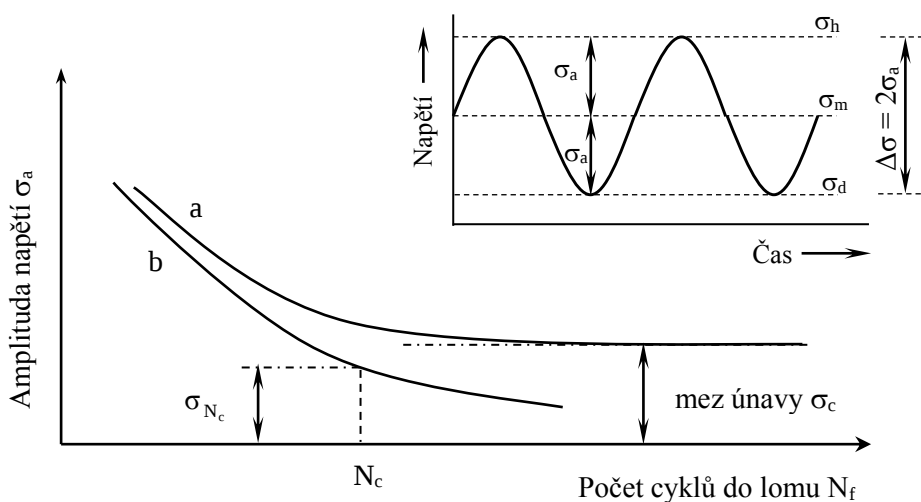
$\dot{\varepsilon}_{max}$ – maximální rychlost jednosměrné deformace (creepu)

$\dot{\varepsilon}_p$ – průměrná rychlost deformace (creepu)

1. Úvod

Únavové poškození je předmětem systematického výzkumu již více než 150 let. Přesto, že za toto období bylo nahromaděno obrovské množství experimentálních i teoretických výsledků, zůstává stále řada problémů, které vyžadují další detailní studium. Důvodem jsou stále rostoucí požadavky na konstrukční materiály a v neposlední řadě i vývoj materiálů zcela nových. Podrobíme-li strojní součást nebo konstrukci působení časově proměnlivých vnějších sil, dochází po určité době k jejímu lomu, který je výsledkem mikroskopických procesů probíhajících ve struktuře materiálu. V případě, že napětí střídavě mění svou hodnotu od minimální po maximální, mění se střídavě nejen velikost pružné deformace, ale také souběžně vznikající plastické deformace. Přitom velikost těchto vnějších sil může být tak malá, že jejich jednorázové působení snáší materiál bez známek porušení. Postupné rozrušování kovu při proměnlivém zatěžování má nevratný, kumulativní charakter, který se výrazně projeví až v závěru procesu růstem makroskopické trhliny a lomem. Únavu materiálu je možné definovat jako proces změn stavu a vlastností materiálu, vyvolaný cyklickým namáháním.

První popsané únavové lomy byly spojeny s vývojem konstrukcí, které obsahovaly součásti podrobené cyklickému namáhání (např. osy železničních vagónů, součásti parních strojů atd.) S ohledem na tyto provozní lomy byla snaha stanovit mechanické charakteristiky, které by umožnily výpočet cyklicky zatěžovaných součástí. První experimenty prováděl August Wöhler v letech 1852 – 1870. Dodnes je jednou ze základních únavových charakteristik Wöhlerova křivka, označovaná také často jako S-N křivka, udávající závislost počtu cyklů do lomu N_f na amplitudě napětí σ_a (při daném středním napětí) obr. 1. Pro nízkouhlíkové oceli a další intersticiální slitiny, které se vyznačují deformačním stárnutím, je typická S-N křivka a na [obr. 1](#). Amplituda napětí, při které již nedochází k lomu ani při vysokém počtu cyklů, se nazývá mez únavy. Křivka b na obr.1 nemá asymptotickou část a klesá s rostoucím počtem cyklů, takže k porušení dochází při konečném počtu cyklů pro všechny hodnoty amplitud napětí. Takto se chovají kovy a slitiny s fcc mřížkou, zejména Al, Mg, Cu. U tohoto typu křivky nelze stanovit mez únavy standardním způsobem, životnost materiálů je stanovena smluvně určitým počtem cyklů do lomu např. $N_c = 10^7$ cyklů odpovídající příslušné amplitudě napětí, která se pak nazývá časovaná mez únavy σ_{N_c} .



obr. 1. Wöhlerova křivka (schematicky). σ_h – horní napětí, σ_a – amplituda napětí, σ_d – dolní napětí, σ_m – střední napětí.

Existence únavy kovů je podmíněna a determinována cyklickou plastickou deformací. Na mezi únavy je bez ohledu na typ materiálu amplituda plastické deformace řádu 10^{-5} ; jednosměrná, neopakovaná deformace tohoto řádu nevede prakticky k žádným makroskopickým změnám materiálu, ani ke změnám v jeho vlastnostech. Teprve mnohonásobné opakování plastické deformace, byť tak malé, že z hlediska běžného pojetí jde o zatěžování elastické, vede ke kumulativnímu poškozování, končícímu únavovým lomem. Elastická deformace nevede k nevratným změnám materiálu; plastická deformace

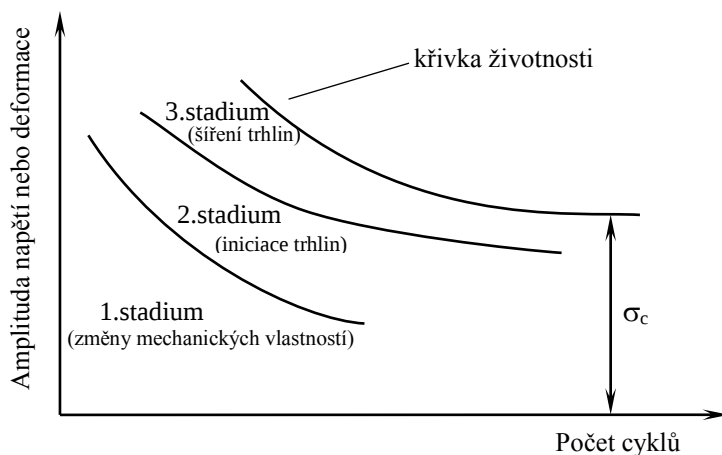
naopak k nevratným změnám ve struktuře a tedy ke změnám vlastností materiálu vede.

Je třeba podotknout, že otázka únavového poškození v oblasti velmi malých amplitud deformací a extrémně vysokých počtů cyklů do lomu nebyla dosud zcela vyjasněna. Jedná se zejména o pochopení mechanismů vedoucích k lokalizaci cyklické plastické deformace a následné iniciaci únavových trhlin; to dokládají např. práce presentované v [1].

Na základě typů nevratných změn, způsobených cyklickou plastickou deformací, lze celý únavový proces rozdělit na tři časově následující a do jisté míry se překrývající stadia:

- a) Stadium změn mechanických vlastností. Toto stadium je determinováno změnami v celém objemu zatěžovaného kovu. Mění se hustota a konfigurace mřížkových poruch a následkem toho i mechanické vlastnosti [2]. Změny mechanických vlastností mohou být dvojího druhu:
 - *cyklické zpevnění*
 - *cyklické změkčení*
- b) Stadium nukleace trhlin – týká se již jen malé části celkového objemu, a to zejména povrchových vrstev. V případě materiálů s nehomogenitami, vměstky a dutinami může k nukleaci docházet přednostně v jejich blízkosti. Společným jmenovatelem všech typů nukleace je lokalizace cyklické plastické deformace.
- c) Stadium šíření trhlin. Stejně jako v předchozím stadiu jsou rozhodující procesy stadia šíření ostře lokalizovány do malé části celkového objemu. Pro šíření únavových trhlin jsou rozhodující podmínky na špičce trhliny, jinými slovy, proces šíření je determinován vlastnostmi plastické zóny před špičkou trhliny, kde je vysoká koncentrace cyklické plastické deformace.

Schematicky je rozdělení únavového procesu na jednotlivé stadia ukázáno na [obr. 2](#). Je nutno zdůraznit, že neexistuje žádná přesná definice rozhraní mezi jednotlivými stadii. Dle obecné konvence se dělí únava na vysokocyklovou (počet cyklů do lomu řádu 10^5 a výše) a nízkocyklovou (počet cyklů do lomu řádu 10^4 a méně).



obr. 2. Stadia únavového procesu (schematicky).

Šíření dlouhých únavových trhlin, tj. třetí stadium únavového poškození, je v současné době relativně velmi dobře popsáno lomovou mechanikou. Predikovat chování dlouhých únavových trhlin i v reálných konstrukcích je možné, pokud známe její napět'ový stav (což lze stanovit buď experimentálně a nebo jsou k dispozici numerické metody konečných prvků) a materiálové parametry – křivka rychlosti šíření únavových trhlin a prahové hodnoty K – faktoru.

2. Změny mechanických vlastností

2.1. Cyklické zpevnění a změkčení

Při cyklickém zatěžování kovů a slitin dochází v důsledku změn v mikrostruktuře materiálu ke změnám jejich mechanických, elektrických, magnetických a jiných fyzikálních vlastností. Z konstruktérského hlediska jsou nejzávažnější změny mechanických vlastností. Za mechanické vlastnosti budeme brát vlastnosti charakterizující odpor materiálu proti deformaci vyvolané vnějšími silami [2].

Odpor materiálu proti cyklické deformaci může v průběhu únavového procesu růst, nebo klesat a nebo mít nemonotónní průběh a to v závislosti na typu materiálu, na podmínkách zatěžování a na teplotě. U řady kovů výrazné změny po jistém počtu cyklů končí, respektive jsou velmi pomalé. Z tohoto hlediska můžeme materiály dělit takto:

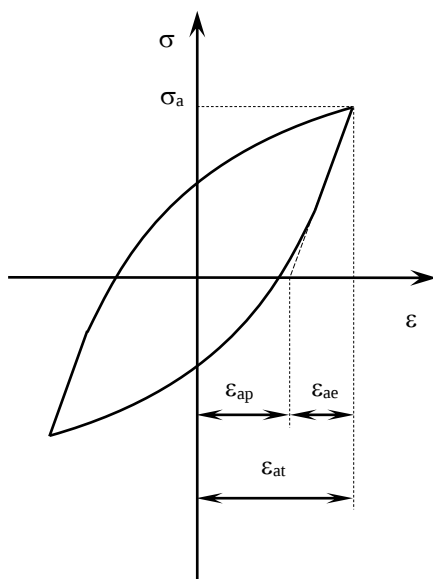
- saturující – na začátku zatěžování dochází k velkým změnám, po jistém počtu cyklů jsou již změny tak malé, že je lze prakticky zanedbat. Typickým příkladem je vyžíhaná Cu, Ni, nízkouhlíková ocel,
- nesaturující – ke změnám mechanických vlastností dochází v průběhu celé životnosti. Typickým příkladem jsou kovy s planárním skluzem, např. α - mosaz s vyšším obsahem Zn, která po celou životnost zpevňuje. Typickým příkladem trvale změkčujících materiálů jsou např. 9%Cr oceli. U materiálů cyklicky změkčujících dochází na počátku zatěžování obvykle k menším změnám a teprve po určitém počtu cyklů se změny stanou patrnější.

Nejllepší a nejadekvátnější způsob detekce změn mechanických vlastností je přímé měření parametrů hysterezních smyček za chodu zkušebního stroje. Na [obr. 3.](#) je schematicky zakreslena hysterezní smyčka; σ_a je amplituda napětí, ε_{at} je amplituda celkové deformace, ε_{ap} je amplituda plastické deformace a ε_{ae} je amplituda elastické deformace. Moderní elektronicky řízené únavové stroje zpravidla umožňují udržovat v průběhu zatěžování buďto konstantní amplitudu síly, nebo amplitudu celkové nebo plastické deformace, respektive konstantní hodnoty příslušných momentů a výchylek v případě jiných způsobů zatěžování než v prostém tahu – tlaku. Při cyklickém zatěžování s konstantní amplitudou napětí se může měnit jen amplituda deformace. Pokud amplituda deformace s počtem cyklů klesá, jde o případ cyklického zpevnění [obr. 4. a](#). Cyklické změkčení se naopak projevuje růstem amplitudy deformace [obr. 4. b](#).

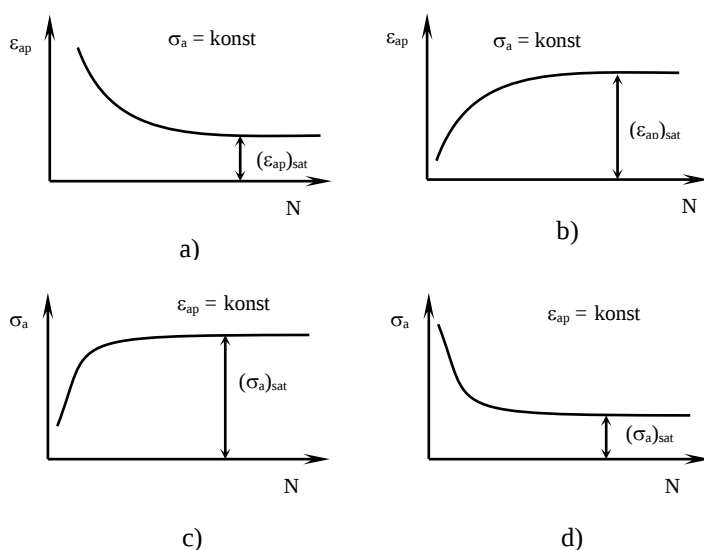
Pro režim zatěžování s konstantní amplitudou deformace (ať již celkové nebo plastické) se mění amplituda napětí: cyklické zpevnění se projevuje růstem amplitudy napětí – roste napětí potřebné k dosažení téže deformace ([obr. 4. c](#)), cyklické změkčení je naopak charakterizováno poklesem amplitudy napětí – klesá napětí potřebné k dosažení téže deformace ([obr. 4. d](#)).

Velmi často je cyklické plastické chování charakterizováno nemonotónním průběhem. Cyklické zpevnění může být např. vystřídáno cyklickým změkčením či naopak.

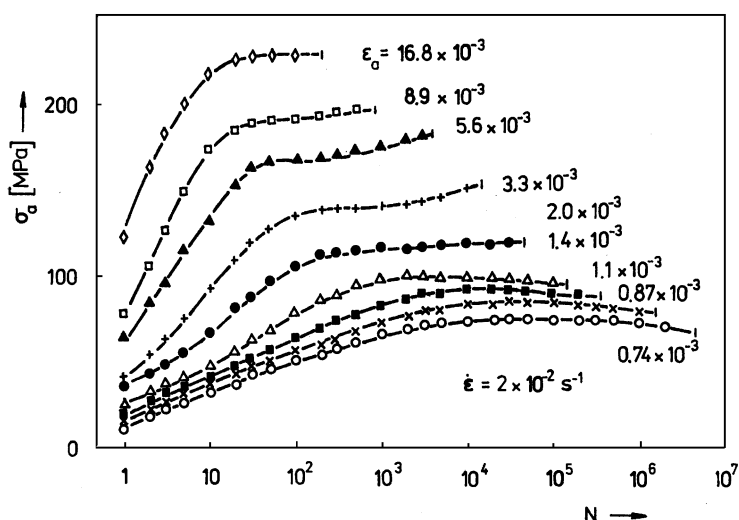
Na [obr. 5.](#) jsou ukázány křivky cyklického zpevnění/změkčení pro případ žíhané polykrystalické mědi, zatěžované v režimu řízené deformace ($\varepsilon_{at} = \text{konst.}$) s konstantní rychlostí plastické deformace. V počátečním stádiu zpevňování amplituda napětí roste monotonně. Stádium zpevňování je skončeno saturací, kde amplituda napětí zůstává přibližně konstantní. Stádium saturace je následováno dlouhodobým zpevňováním nebo změkčováním závislejícím na amplitudě deformace. Při vysokých amplitudách deformace ($\varepsilon_{at} > 1,2 \times 10^{-3}$, odpovídající saturované hodnotě amplitudy plastické deformace $\varepsilon_{ap} > 7 \times 10^{-4}$), dochází k zpevňování, zatímco při menších amplitudách deformace dochází k dlouhodobému změkčováním [3].



obr. 3. Schéma hysterezní smyčky.



obr. 4. Definice cyklického zpevnění a změkčení pro různé režimy zatěžování [4].



obr. 5. Křivky cyklického zpevnění a změkčení žíhané polykrystalické mědi [3].

Plocha a tvar hysterezní smyčky se v průběhu zpevnění či změkčení též mění. Například cyklické zpevnění při režimu zatěžování $\sigma_a = \text{konst.}$ se projevuje poklesem amplitudy deformace a „zúžením“ smyčky, při režimu $\varepsilon_{ap} = \text{konst.}$ se projevuje růstem amplitudy napětí.

Množství experimentálních údajů o cyklickém zpevnění a změkčení různých materiálů za různých podmínek zatěžování umožňuje shrnout rozhodující poznatky z hlediska typu materiálu:

- Cyklické zpevnění je typické pro materiály vyžíhané. Cyklické změkčení je naopak charakteristické pro materiály zpevněné některým ze známých způsobů. Mezi tyto způsoby patří zejména deformační zpevnění, precipitační zpevnění, zpevnění martenzitickou transformací, disperzní zpevnění dané cizími částicemi v matici a zpevnění příměsovými atomy. K cyklickému změkčení takto zpevněných materiálů může a nemusí dojít – v závislosti na stabilitě předchozího zpevnění a na podmínkách zatěžování. Z hlediska

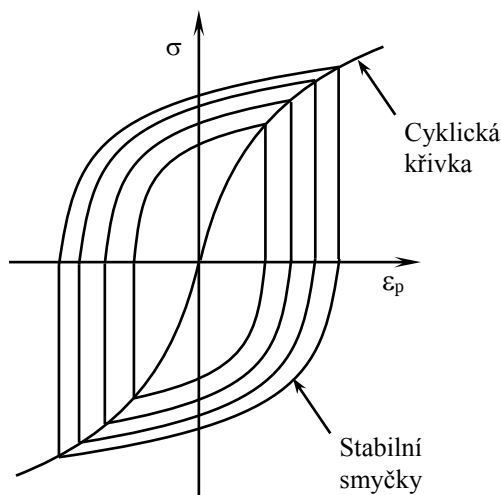
praktického použití je cyklické změkčení zpravidla jev nežádoucí.

- U některých materiálů dochází při cyklické deformaci ke komplikovanějším změnám – k superpozici zpevnění a změkčení. Nejvýznamnější z této skupiny jsou kovy s prodlévou na mezi kluzu.
- Snad nejdůležitějším parametrem ovlivňujícím délku trvání cyklického zpevnění a změkčení je charakter skluzu daného materiálu. V hrubých rysech je možno z tohoto hlediska rozdělit kovy a slitiny na dvě skupiny: na kovy s vlnitým charakterem skluzu (např. Cu, Al, Ni, Fe, uhlíkové ocele) a na kovy s planárním charakterem skluzu (např. Fe – Si, α - mosazi s vyšším obsahem Zn, austenitické ocele). Hrubým kritériem pro dělení je zde charakter skluzových čar na povrchu vzorků. Vezmeme-li v úvahu podstatu skluzových procesů v kovech, je v materiálech s vlnitým charakterem snadný příčný skluz dislokací. Materiály s planárním charakterem skluzu se naopak vyznačují obtížným příčným skluzem. Snadnost příčného skluzu je ovlivněna řadou parametrů, z nichž ne všechny jsou dobře známy. Poměrně jednoduchá situace je v případě jednofázových kovů s kubickou plošně centrovanou mřížkou, jako např. Cu, Al, α - mosaz. V tomto případě je možno dát snadnost příčného skluzu do přímé relace s energií vrstevné chyby. Čím vyšší je energie vrstevné chyby, tím snadnější je příčný skluz dislokací a tím více má materiál vlnitý charakter skluzu. Délka trvání cyklického zpevnění či změkčení u kovů s vlnitým charakterem skluzu je značně menší než u kovů s planárním charakterem skluzu [5]. Např. zatímco cyklické zpevnění mědi (snadný příčný skluz) v oblasti vysokocyklové únavy končí zhruba po 1 až 3% z celkového počtu cyklů do lomu, probíhá zpevnění u slitiny Cu – 30%Zn (obtížný příčný skluz) za jinak stejných podmínek po 30 až 40% cyklů z celkové životnosti [6].

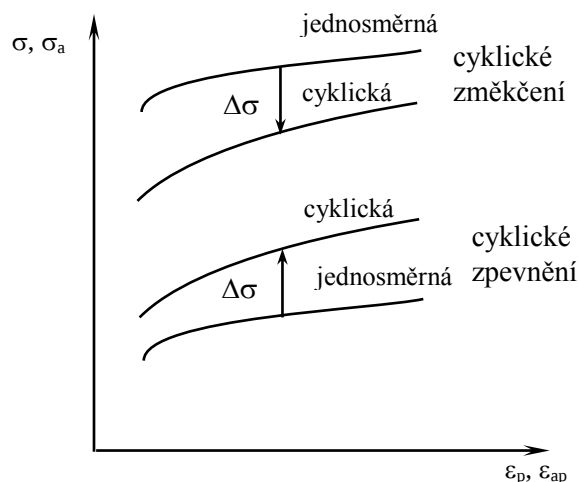
2.1.1. Cyklická křivka napětí – deformace

Po skončení cyklického zpevnění nebo změkčení se mechanické vlastnosti v průběhu dalšího zatěžování u řady materiálů zpravidla dále nemění. Amplituda napětí i deformace dosáhne svých saturevaných hodnot; vytvoří se saturevaná, stabilní hysterezní smyčka. Různým amplitudám zatěžování přísluší různé stabilizované hysterezní smyčky. Proložíme-li vrcholovými body stabilních hysterezních smyček křivku [obr. 6.](#), dostaneme relaci mezi amplitudou napětí a amplitudou plastické deformace v saturevaném, ustáleném stavu. Tato křivka je v literatuře označovaná jako cyklická křivka napětí – deformace (CKND). CKND je velmi významnou materiálovou charakteristikou, poněvadž popisuje plastickou reakci kovu po převážnou dobu životnosti. Je možno konstatovat, že CKND je z hlediska únavových vlastností jednou z důležitých charakteristik materiálu, a to charakteristikou podobnou, jako je tahový diagram (jednosměrná křivka napětí–deformace) pro jednosměrnou deformaci.

Tahový diagram reprezentuje závislost napětí na deformaci v prvním čtvrtcyklu; CKND reprezentuje tutéž závislost po proběhnutí zpevnění a změkčení. Z toho vyplývá, že relativní poloha těchto dvou křivek jednoznačně určuje, bude-li daný materiál cyklicky zpevňovat, nebo změkčovat. Leží-li jednosměrná křivka napětí – deformace pod CKND, pak jde o případ cyklického zpevnění [obr. 7.](#) Pro danou amplitudu plastické deformace je celková velikost zpevnění $\Delta\sigma$ dána příslušným rozdílem napětí na statické a cyklické křivce. Leží-li jednosměrná křivka nad cyklickou, jde o cyklické změkčení. Velikost změkčení je opět dána rozdílem příslušných napětí.



obr. 6. Definice cyklické křivky napětí – deformace, schematicky [4] .



obr. 7. Srovnání jednosměrných a cyklických křivek napětí – deformace [7] .

Experimentálně lze CKND stanovit v podstatě dvojím způsobem:

- Z definice: Pro režim $\varepsilon_{ap} = \text{konst.}$ se na sérii vzorků stanoví křivky cyklického zpevnění či změkčení, a zjistí se saturované hodnoty amplitudy napětí (každý vzorek je zatěžován jinou konstantní amplitudou deformace). Závislost saturovaných hodnot amplitudy napětí na příslušných hodnotách amplitudy plastické deformace je pak hledaná křivka. Při jiném režimu zatěžování, např. $\sigma_a = \text{konst.}$ se naopak zjišťují saturované hodnoty amplitudy plastické deformace. Předpokládá se, že CKND na režimu zatěžování nezávisí.
- Zkráceně: Pro oblast nízkocyklové únavy byly navrženy zkoušky, umožňující získat CKND z jediného vzorku. Důvodem je velká časová a experimentální náročnost stanovování cyklických křivek z definice. Podstatou těchto metod je postupné zvyšování nebo snižování amplitudy zatěžování; na každém stupni musí proběhnout takový počet cyklů, aby došlo ke stabilizování hysterezní smyčky, tedy k saturaci. Závislost takto získaných saturovaných hodnot amplitudy napětí a amplitudy plastické deformace je hledaná křivka.

2.1.1.1. Polykrystalické materiály

Všechny experimentální údaje jak v nízkocyklové, tak ve vysokocyklové oblasti se shodují v tom, že CKND polykrystalických materiálů lze v prvním přiblížení vyjádřit vztahem mocninného typu. Analytický výraz se zpravidla píše ve tvaru:

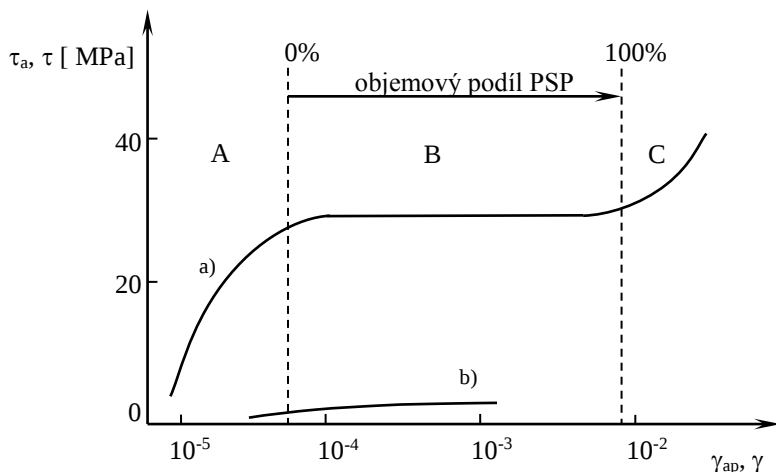
$$\sigma_a = k \varepsilon_{ap}^n, \quad (1)$$

kde k je koeficient únavové pevnosti a n je součinitel únavového zpevnění.

Při stanovování závislosti pro CKND mohou nastat tyto případy: a) materiál dobře saturuje a CKND lze snadno stanovit z definice (např. pro žíhanou Cu, Ni), b) materiál nevykazuje úplnou saturaci, pak se CKND stanovuje konvenčně, např. jako funkce amplitudy napětí a amplitudy deformace pro $N_f/2$ (N_f – počet cyklů do lomu) (např. α - mosaz 70/30), c) materiál vykazuje výrazné trvalé změkčení, pak CKND nelze stanovit vůbec (některé bainitické oceli).

2.1.1.2. Monokrystalické materiály

U monokrystalických materiálů nelze CKND obvykle vyjádřit mocninnou závislostí (1) ani v prvním přiblížení. V případě monokrystalů je tvar CKND dán stupněm homogenity cyklického skluzu a orientací krystalu. CKND monokrystalů orientovaných na jednoduchý skluz obsahuje charakteristické plató. Příklad je na [obr. 8.](#) křivka a). U monokrystalů je výhodné uvádět napětí – deformační závislosti ve smykových složkách [obr. 8.](#) vyjadřuje závislost amplitudy smykového napětí τ_a na amplitudě plastické smykové deformace γ_{ap} pro monokrystal mědi orientovaný na jednoduchý skluz [8]. Pro srovnání je uvedena i jednosměrná křivka monokrystalu mědi orientovaného na jednoduchý skluz. CKND má tři charakteristické oblasti, které vyjadřují rozdílné uspořádání dislokací a tedy rozdílný stupeň zpevnění.



obr. 8. a) Cyklická křivka napětí – deformace [8] a jednosměrná křivka b), pro monokrystal mědi orientovaného na jednoduchý skluz [3].

Pro oblast A ($\gamma_{ap} \leq 6.10^{-5}$) je typická dislokační žilová struktura (nízké amplitudy deformace), pro oblast C ($\gamma_{ap} \geq 7,5.10^{-3}$) je charakteristická struktura dislokačních stěn. Začátek plató (oblast B, $6.10^{-5} \leq \gamma_{ap} \leq 7,5.10^{-3}$) souvisí s vytvářením persistentních skluzových pásem (PSP), obsahujících typické žebříkovité uspořádání dislokací. S rostoucí amplitudou plastické deformace dochází ke zvětšování objemu PSP. Předpokládá se, že hodnota napětí, při níž se objeví plató, citlivě závisí na způsobu a detailech zatěžování [9].

2.2. Mikrostruktura

Změny mechanických vlastností celého objemu cyklicky zatěžovaného kovu jsou podmíněny střídavou plastickou deformací. Plastická deformace je obecně dána pohybem dislokací; totéž platí i pro případ střídavé plastické deformace. Procesy cyklického zpevnění, změkčení i výsledné vlastnosti v saturovaném stavu jsou tedy určeny pohybem, generací a interakcemi dislokací, ať již vzájemnými nebo s jinými typy poruch mřížky. Pohyb dislokací je dále ovlivněn přítomností precipitátů, cizích částic, hranicemi zrn atd. Je tedy zřejmé, že v průběhu cyklické deformace bude docházet nejen ke změnám v konfiguraci a hustotě dislokací, ale také ke změnám v rozložení a morfologii jiných typů překážek. Do tohoto druhého typu změn patří např. změny morfologie precipitátů, které úzce souvisí s protínáním precipitátů dislokacemi, difúzními procesy, a dále fázové transformace indukované cyklickou deformací.

Dislokační struktury kovů v žíhaném stavu a ve stavu tvářeném jsou výrazně odlišné. Bez ohledu na detaily, které se liší pro různé materiály, je dislokační struktura v žíhaném stavu typická malou hustotou dislokací, zpravidla řádu 10^6 až 10^8 cm^{-2} . Na druhé straně je dislokační struktura tvářeného materiálu typická vysokou hustotou dislokací řádu 10^9 až 10^{10} cm^{-2} pro nízké stupně tváření a 10^{10} až 10^{13} cm^{-2} pro vysoké stupně tváření.

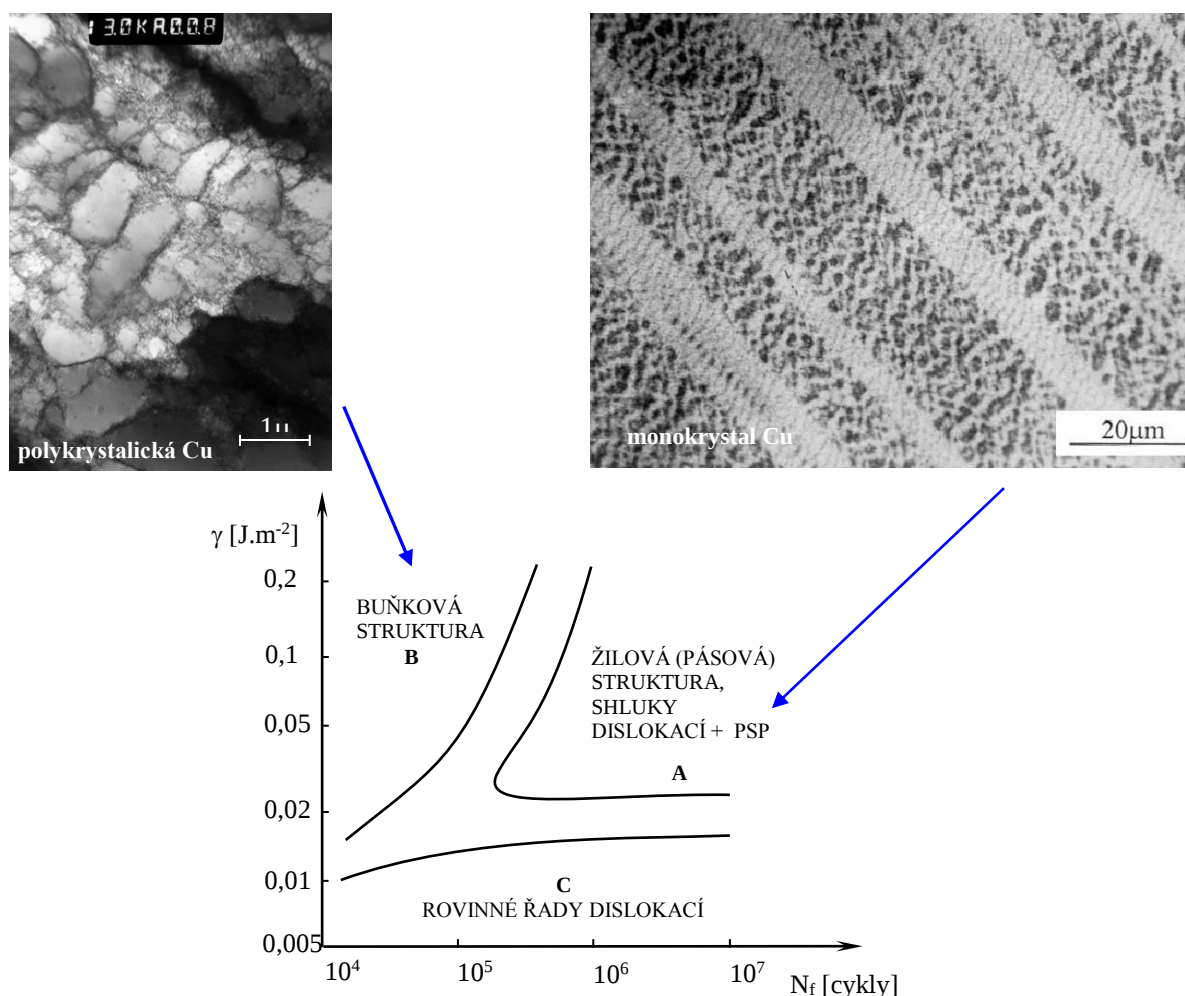
Výsledné dislokační struktury, tedy dislokační struktury v saturovaném stavu, závisí nejen na

amplitudě zatěžování, ale i na typu materiálu. Z materiálových parametrů je pro typ saturované dislokační struktury rozhodující charakter skluzu daného materiálu, tedy stupeň obtížnosti, či snadnosti příčného skluzu. S nepříliš velkým zjednodušením je pak možno konstatovat, že typy dislokačních struktur v saturovaném stavu jsou určeny jen dvěma veličinami – amplitudou zatěžování a snadností příčného skluzu.

Na základě velkého množství experimentálních dat bylo možno typy dislokačních struktur vyjádřit ve formě jednoduchého schematického diagramu, který spojuje typy struktur s energií vrstevné chyby (která je přímo úměrná snadnosti příčného skluzu) a s celkovým počtem cyklů do lomu (který je v jednoduchém vztahu s amplitudou zatěžování), **obr. 9.** Existují tři oblasti se třemi výrazně se lišícími typy struktur.

V oblasti vyšších energií vrstevné chyby a vyšších životností jsou typickou strukturou shluky, pásy dislokací či persistentní skluzové pásy (PSP); tyto shluky však nejsou vzájemně propojeny; mezi dislokačními shluky lze pozorovat dislokace jen ojediněle. Shluky jsou typické tím, že kromě komplikovaně propletených dislokačních segmentů obsahují velké množství dislokačních dipólů a dislokačních smyček.

Oblast vyšších energií vrstevné chyby a nízkých životností je charakterizována buňkovou strukturou. Dislokace vytvářejí stěny prostorově uzavřených buněk; hustota dislokací ve stěnách buněk je značně vysoká. I v tomto případě obsahuje struktura (jak v buňkách, tak i mimo ně) značné množství dislokačních dipólů a dislokačních smyček, zejména v případě vysokých energií vrstevné chyby.



obr. 9. Typy dislokačních struktur v závislosti na energii vrstevné chyby γ a na počtu cyklů do lomu N_f [10].

Oblast nízkých energií vrstevné chyby je v celém rozsahu životnosti charakterizována rovinnými řadami dislokací. Dislokace se v důsledku téměř nemožného příčného skluzu drží svých skluzových rovin a nemohou tedy vytvářet prostorové shluky ani buňky. Dislokační smyčky jsou v této oblasti velmi nepočetné.

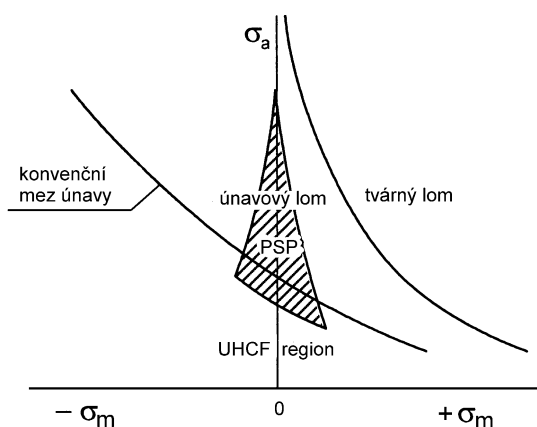
Tento základní diagram typů struktur na [obr. 9](#) platí, striktně vzato, jen pro případy homogenní napjatosti a jednofázové kovy s kubickou plošně centrovanou mřížkou. Lze jej však jako základního schématu používat i pro nehomogenní napjatost a pro jiné typy kovů.

3. Nukleace únavových trhlin

Velké množství experimentů, prováděných prostřednictvím optické a elektronové mikroskopie, replikačních technik, prokázalo, že k nukleaci trhlin homogenního materiálu dochází vždy na volném povrchu. U součástí makroskopicky strukturně nehomogenních není nukleace vždy vázána na povrch. Např. u materiálů s výrazně zpevněnou povrchovou vrstvou, k jejíž plastické deformaci je zapotřebí podstatně vyšších napětí než k deformaci základní matrice, dochází k nukleaci na rozhraní této tvrdé povrchové vrstvy a základní matrice. U součástí s vnitřními geometrickými defekty nukleace rovněž nemusí být záležitostí povrchové vrstvy. Pokud jde o vnitřní defekty typu trhlin, je zřejmé, že stadium nukleace zcela chybí.

Povrchové intruze, které se vytváří v důsledku cyklické plastické deformace (společně s povrchovými extruzemi) mohou být místy iniciace. U materiálů se snadným příčným skluzem je reliéf skluzového povrchu vztážen ke skluzové aktivitě PSP pro odpovídající oblast zátěžných parametrů [obr. 10](#).

Nukleace trhlin je nevratný proces, který předchází nevratné dislokační procesy v kritickém objemu. Nezbytnými podmínkami pro nukleaci mikrotrhlin jsou (i) významná vrubová topografie, (ii) vysoce lokalizovaná plastická deformace v kořeni intruze, a (iii) vhodné dislokační uspořádání podél povrchových intruzí.



obr. 10. Napětové podmínky potřebné pro vytvoření PSP u kovů s vlnitým charakterem skluzu (UHCF – ultra high cycle fatigue) [11].

Tyto tři podmínky jsou neoddělitelně spolu spjaty. Vrubová topografie zapříčiňuje geometrickou koncentraci napětí, toto však nepostačuje, intenzita nevratné cyklické plastické deformace, tj. nevratná část dislokačního skluzu, musí být v kořeni intruze vyšší než v ostatních místech. Toto vyžaduje dislokační strukturu k zabránění lokální relaxace napětí, ke kterému by došlo vlivem skluzu dislokací mimo kritický objem, a současně příspěvek k zvýšení „ostrosti“ kořene intruze. Z tohoto důvodu je nezbytná existence vhodného dislokačního uspořádání. Např. ostrý vryp vytvořený na povrchu monokrystalu Cu nemusí být místem iniciace trhliny při následném cyklování, přestože jde o koncentrátor napětí. Důvodem je vhodné lokální uspořádání dislokací garantující nesplnění zbývajících dvou podmínek [11].

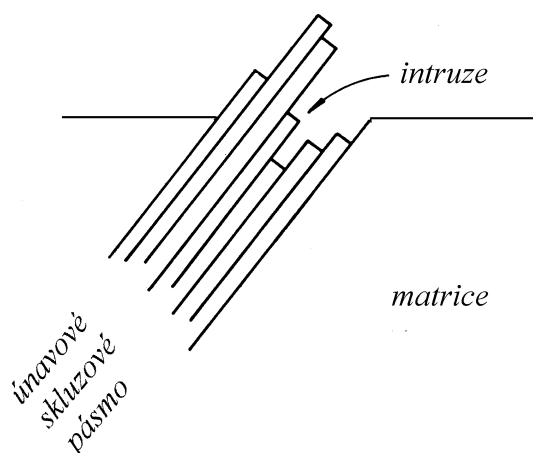
3.1. Mechanismy nukleace mikrotrhlin

Pro nukleaci mikrotrhlin bylo navrženo velké množství modelů. Navržené mechanismy se mohou uplatňovat jen v nukleačních místech tj. v místech silné lokalizace plastické deformace. Na volném povrchu je to tedy v kořeni intruze v únavových skluzových pásmech, nebo v blízkosti inkluze, nebo v okolí hranice zrna. Obtížné je posoudit, jestli je nějaký zřetelný rozdíl mezi ostrou intruzí a mikrotrhlinou. Proto některé z navržených mechanismů nerozlišují intruzi a mikrotrhlinu. Většina modelů a představ o nukleaci však vychází z pojetí, že mezi intruzí a mikrotrhlinou je kvalitativní rozdíl. Žádný z modelů není plně uspokojivý.

Mechanismy nukleace lze v hrubých rysech rozdělit do pěti skupin.

(1) Modely nerozlišující mezi intruzí a mikrotrhlinou. Navrhováním modelů patřícím do této skupiny se zabývali např. May [12] Lin a Ito [13], Neumann [14] a další. V tomto případě je vznik mikrotrhliny chápán jako spojitě prorůstání intruze do hloubky, a to pomocí opakovaného skluzu buď na jednom nebo na dvou skluzových systémech. V případě skluzu na jednom skluzovém systému je základem představy relativní pohyb více rovnoběžných „karet“ [obr. 11.](#)

(2) Nukleace křehkým prasknutím v kořeni intruze. Tato představa, jasně rozlišující intruzi a trhlinu, vychází z přímého pozorování povrchových vrstev elektronovým mikroskopem. Mikrotrhliny začínají vždy na ostrých intruzích bez ohledu na typ okolní dislokační struktury. Lze se domnívat, že mikrotrhlina se vytvoří tehdy, když koncentrace napětí kolem intruzí (závisející na geometrii intruze), která nemůže být odrelaxována skluzovými procesy (následkem zpevnění), dosáhne takového stupně, že maximální napětí přesáhne meziatomové vazebné síly. Tato představa je opět značně rámcová, předpokládá extrémně vysokou, i když silně lokalizovanou koncentraci napětí u kořene intruze. Existenci takto vysoké koncentrace napětí není možno experimentálně ani doložit, ani vyvrátit [2].



obr. 11. Schema kartového skluzu v perzistentním skluzovém pásmu [2].

(3) Vznik trhliny kondenzací vakancí. Některé dislokační interakce vedou ke vzniku vakancí. V průběhu cyklické deformace byla experimentálně zjištěna relativně vysoká koncentrace vakancí v celém zatěžovaném objemu. Protože únavová skluzová pásma jsou oblastí se stálou a největší dislokační aktivitou, je možné, že právě v těchto pásmech je v důsledku dislokačních interakcí koncentrace vakancí největší. Vzniklé vakance mohou vytvářet shluky a dutiny. Dutinu o dostatečné velikosti je již možno považovat za trhlinu. Tato představa implicitně předpokládá difúzi vakancí, která je silně závislá na teplotě. V několika experimentálních pracích např. [15] bylo ukázáno, že únavový proces (nukleace a šíření trhlin) probíhá i za teploty 1,7 K, tedy za teploty, při které již difúze neprobíhá. Možnost difúze vakancí tedy není nutnou podmínkou pro nukleaci trhlin. To je také nejvážnější námitka proti vakančnímu mechanismu. Ovšem při cyklickém zatěžování v oblasti vyšších teplot, kde se již také uplatňuje creep, se mechanismus kondenzace vakancí může na nukleaci podílet.

(4) Dekoheze krystalu podél skluzové roviny způsobená akumulací dislokací. Základní představa je taková, že v kritických místech se vytváří taková konfigurace dislokací, která vede k lokálnímu zvýšení napětí nebo energie dostačující ke ztrátě koheze v oblasti několika Å až několika desítek Å. Fujita [16] teoreticky dokázal, že dislokační dipól s velmi malou vzdáleností mezi dislokacemi může prostřednictvím anihilace vést až ke vzniku trhliny.

(5) Nukleace na hranicích zrn. Model je založen na plastické nestabilitě a předpokládá velmi vysoký stupeň cyklické plastické deformace napříč celou povrchovou vrstvou zrn. Protože hranice zrn tvoří překážku plastické deformaci, dochází v mikroměřítku ke vzniku plastické nestability a „hloubka rýhy“ se na hranici zrna se zvyšujícím se počtem cyklů prohlubuje, dokud deformační koncentrace u „rýhy“ není tak velká, že vytvoří mikrotrhlinu [10].

Kromě modelů uvedených v bodech (1) až (5) však existuje ještě celá řada variací a obměn. Žádný z modelů není plně uspokojující a žádný z nich není rozpracován tak, aby umožnil vyjádření vlivu strukturních a materiálových parametrů (jako např. stupeň snadnosti příčného skluzu, vliv precipitační struktury, pevnostní charakteristiky apod.) na rychlost nukleace.

Do jaké hloubky a délky mikrotrhlin je možno hovořit o nukleaci a od kterých hodnot již o šíření mikrotrhlin je nejasné. Není k dispozici žádné kritérium vyplývající z podstaty procesů, které by toto rozdělení umožňovalo. Je nutné také připustit to, že nukleace i šíření mikrotrhliny je zcela spojitý proces bez možnosti vymezení hranice. Z tohoto důvodu jsme odkázáni vždy jen na konvenci volby délky trhliny, kterou budeme považovat za konec nukleačního stadia.

Označíme-li počet cyklů potřebný k nukleaci trhliny, (tj. k tomu, aby trhlinka dosáhla konvenční délky) za daných podmínek N_0 a počet cyklů do lomu za těchto podmínek N_f , relativní počet cyklů N_0/N_f je pak mírou délky nukleačního stadia.

Počet cyklů N_0/N_f závisí především na amplitudě zatěžování, na geometrii vzorku či součásti, materiálových parametrech, na stavu zpracování povrchové vrstvy a na prostředí, ve kterém únavový proces probíhá.

S rostoucí amplitudou zatěžování klesá hodnota N_0/N_f . V oblasti vysokocyklové únavy může N_0 být u hladkých vzorků až desítky procent z celkové životnosti. V oblasti velmi malého počtu cyklů do lomu představuje N_0 prakticky zanedbatelnou část z celkové životnosti a převážná část z počtu cyklů N_f jde na účet šíření trhlin. V této souvislosti je užitečné poznamenat, že počet cyklů pro nukleaci pravděpodobně závisí též na asymetrii cyklu.

Koncentrátory napětí (tj. zejména vruby) podstatným způsobem snižují hodnotu N_0/N_f . V případě velmi ostrých koncentrátorů (jako jsou technologické trhliny) je stadium nukleace zanedbatelně krátké a celý únavový proces pozůstává rovněž jen ze šíření trhlin.

Údaje o vlivu materiálových parametrů na délku nukleačního stadia jsou velmi kusé a rozporné, neumožňují zatím žádnou generalizaci.

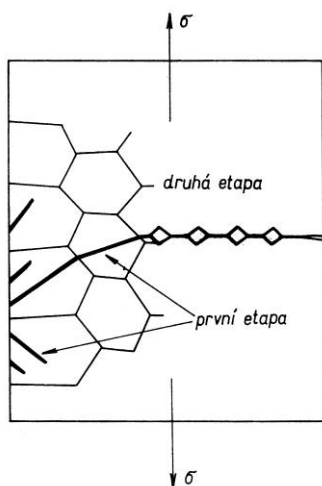
Snížení teploty vede k růstu N_0/N_f v případě materiálů vykazujících nukleaci v únavových skluzových páscech. Pro materiál s inkluzemi však může docházet k poklesu N_0/N_f s klesající teplotou. V oblasti zvýšených teplot je třeba počítat se změnou místa nukleace v únavových skluzových páscech za nižších teplot na nukleaci na hranicích zrn za vyšších teplot. Obecně lze v této oblasti očekávat pokles N_0/N_f s rostoucí teplotou.

4. Stadium šíření trhlin

4.1. Etapy šíření

Nukleační stadium končí vytvořením povrchových mikrotrhlin. Tyto mikrotrhliny leží podél aktivních skluzových rovin, tedy podél těch skluzových rovin, v nichž je největší smykové napětí. Výjimku tvoří interkrystalické mikrotrhliny. Při jednoosém zatěžování je největší smykové napětí na rovinách, které svírají úhel 45° se směrem vnějšího napětí. Protože ve všech kovech existuje relativně velký počet možných skluzových rovin a polykrystalické materiály se skládají z velkého počtu různých

orientovaných zrn, jsou aktivními ty skluzové roviny, jejichž orientace je blízká rovině maximálního skluzového napětí. Rovina mikrotrhlin svírá tedy přibližně 45° s vektorem vnějšího napětí. V průběhu dalšího cyklického ztěžování se trhliny jednak propojují, jednak rostou dále do hloubky a to podél aktivních skluzových rovin. Velká většina se však brzy zastavuje a jen menší množství proniká do hloubky větší než desítky mikronů. S narůstající délkou se trhliny vychylují z aktivních skluzových rovin a stáčí se do směru kolmého k vektoru hlavního napětí. Na čele těchto trhlín se vytváří plastická zóna vznikající účinkem vysoké koncentrace napětí. Tento přechod roviny trhlíny z aktivní skluzové roviny do roviny kolmé na směr působícího vnějšího napětí se často označuje jako přechod z krystalografického šíření trhlíny (první etapa šíření) na nekrystalografické šíření trhlín (druhá etapa šíření). V této etapě se šíří zpravidla již jen jediná trhlina někdy označovaná jako magistralní.



Délka trhlíny, při které dochází k přechodu z první do druhé etapy šíření, závisí především na druhu materiálu a na amplitudě zatěžování, zpravidla však není větší než několik desetin milimetru. Čím menší je pro daný materiál amplituda zatěžování, tím větší je délka trhlín odpovídající první etapě. Protože rychlost šíření trhlín v první etapě je malá, může být počet cyklů potřebný pro její rozvoj vysoký ve srovnání s počtem cyklů v druhé etapě šíření. Toto platí pro nevrubovaná tělesa. U vrubovaných těles je počet cyklů pro první etapu nepodstatný, v těchto případech je celé šíření záležitostí druhé etapy.

Šíření v druhé etapě končí náhlým lomem zbývající části nosného průřezu.

obr. 12. Etapy šíření trhlíny [2] .

5. Křivky životnosti

5.1. Křivka životnosti $\sigma_a - N_f$ (S-N křivka)

Křivka životnosti $\sigma_a - N_f$ (Wöhlerova, nebo také S-N křivka) poskytuje informace o závislosti počtu cyklů do lomu N_f na amplitudě napětí σ_a , [obr. 13](#).

Křivka $\sigma_a - N_f$ může být konstruována pro různá střední napětí σ_m , která ovlivňují její průběh. Obvykle se experimentálně zjišťují pouze dvě $\sigma_a - N_f$ křivky a to při symetrickém zátěžném cyklu ($\sigma_m = 0$) a při míjivém cyklu ($\sigma_m = \sigma_a$) [obr. 13](#). Pro oba diagramy je společný pokles počtu cyklů do lomu s rostoucím napětím. Tuto oblast nazýváme časovanou únavovou pevností a je ohraničena zprava počtem cyklů N_c (počet cyklů nad nímž již nedojde k únavovému porušení). Oblast s vyšším počtem cyklů $N > N_c$ nazýváme oblastí trvalé únavové pevnosti [2] .

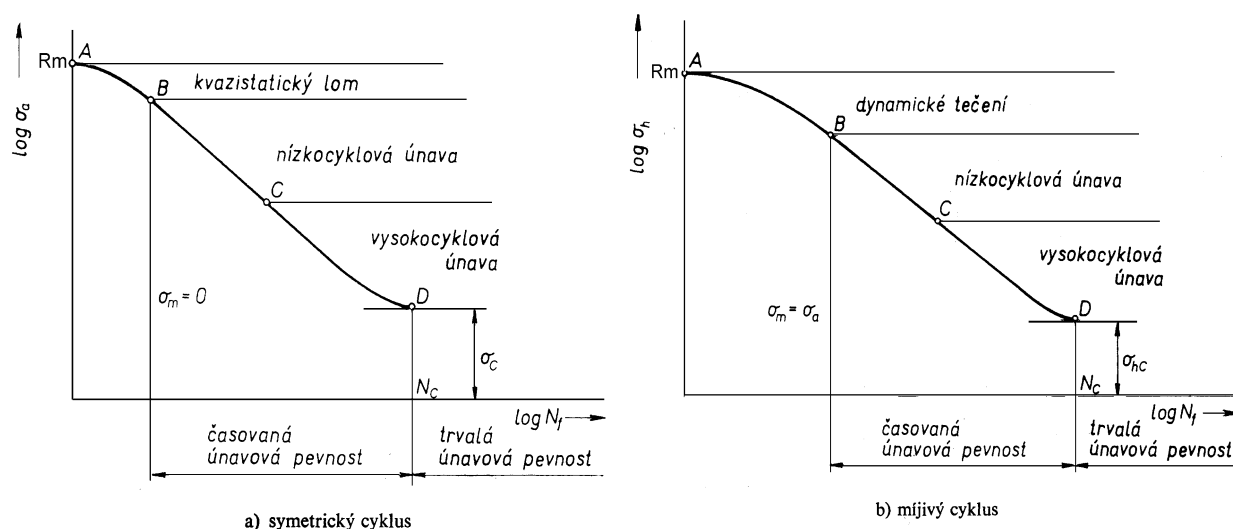
Závislost $\sigma_a - N_f$ vyjadřuje tyto zákonitosti únavového procesu:

- počet cyklů do porušení roste s klesající amplitudou napětí,
- existuje mezní amplituda napětí, pod kterou nedochází k porušení ani při téměř neomezeném množství cyklů,
- počet cyklů do porušení nezávisí jen na absolutní velikosti maximálního napětí σ_h , ale i na velikosti amplitudy napětí σ_a . Čím je σ_a větší při daném σ_h , tím menší počet cyklů snese materiál do porušení [17] .

Křivku životnosti $\sigma_a - N_f$ lze popsat mocninnou závislostí navrženou Basquinem v r. 1910:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b, \quad (2)$$

kde σ'_f je součinitel únavové pevnosti, b je součinitel únavové životnosti. Obě konstanty charakterizují odpor materiálu proti únavovému poškození při silovém zatěžování.



obr. 13. Křivky životnosti $\sigma_a - N_f$ [17].

5.2. Křivky životnosti $\epsilon_a - N_f$

Únavový proces je možné popisovat nejen pomocí závislosti $\sigma_a - N_f$, tedy pomocí napěťového přístupu, ale také pomocí deformačního přístupu. Amplitudu plastické deformace, která je řídicím parametrem únavového procesu lze úspěšně korelovat s počtem cyklů do lomu N_f .

5.2.1. Křivka životnosti $\epsilon_{ap} - N_f$

Základní studie Coffinovy a Mansonovy umožnily popis počtu cyklů do lomu v závislosti na amplitudě plastické deformace. Mansonův – Coffinův vztah pro závislost mezi amplitudou plastické deformace ϵ_{ap} a počtem cyklů do lomu N_f má tvar :

$$\epsilon_{ap} = \epsilon'_f (2N_f)^c, \quad (3)$$

kde ϵ'_f je součinitel únavové tažnosti, c je součinitel únavové životnosti. Oba parametry lze považovat za únavové charakteristiky materiálu při jeho zatěžování konstantní amplitudou plastické deformace. Nejjednodušším způsobem získávání Manson – Coffinových křivek životnosti je provádění experimentů v režimu řízené amplitudy plastické deformace resp. řízené amplitudy celkové deformace, přičemž pro danou hodnotu ϵ_{ap} resp. ϵ_{at} získáváme určitý počet cyklů do lomu N_f . Při těchto režimech dochází pouze ke změně amplitudy napětí, amplituda deformace je konstantní. Data pro konstrukci Manson – Coffinovy křivky životnosti, můžeme získat také z experimentů při nichž je řízena amplituda napětí, přičemž měříme hysterezní smyčky, z nichž získáme žádanou hodnotu amplitudy plastické deformace pro naměřený počet cyklů do lomu N_f .

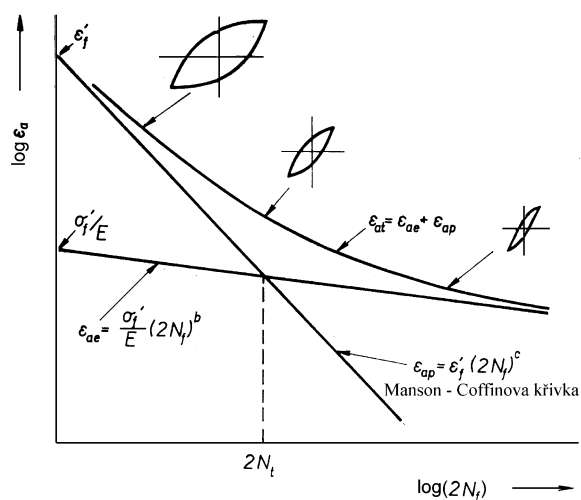
5.2.2. Křivka životnosti $\epsilon_{at} - N_f$

Z experimentálních důvodů je často výhodnější aplikovat při únavovém zatěžování amplitudu celkové deformace, která se skládá z pružné a plastické složky [obr. 3](#). Manson navrhl závislost počtu cyklů do lomu na obou složkách deformace ve tvaru:

$$\epsilon_{at} = \epsilon_{ae} + \epsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \epsilon_{ap} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c, \quad (4)$$

kde E je modul pružnosti.

Při malých počtech cyklů do lomu převládá plastická složka ϵ_{ap} , zdůrazňující význam součinitele únavové tažnosti ϵ'_t . Při vysokých počtech cyklů do lomu se prosazuje elastická složka ϵ_{ae} , zdůrazňující význam součinitele únavové pevnosti σ'_f . Stejný rozsah elastické a plastické složky odpovídá tranzitnímu počtu cyklů N_t [obr. 14](#).



obr. 14. Křivky životnosti (schematicky) [18].

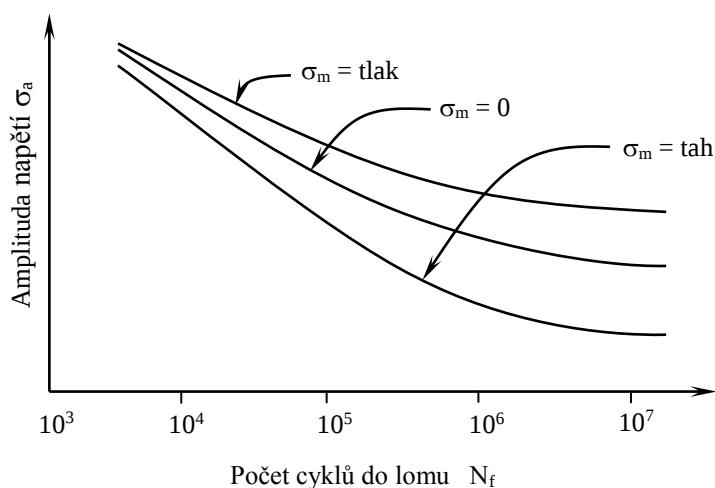
5.3. Vliv středního napětí

Střední napětí cyklu silně ovlivňuje rychlost únavového poškození. S-N křivky jsou silně závislé na středním napětí; ze schematického [obr. 15](#) je vidět, že tahové střední napětí má tendenci snižovat hodnotu meze únavy pro daný počet cyklů do porušení, zatímco tlakové střední napětí může být prospěšné. Vliv různých středních napětí je nejvíce patrný ve vysokocyklové oblasti. Přijatelným se jeví vysvětlení, že střední napětí ovlivňuje celý únavový proces. Urychluje stadium šíření únavových trhlin a zkracuje délku trhliny, při které vznikne výsledný náhlý lom. Je pravděpodobné, že zkracuje také stádium nukleace tím, že snižuje kritický rozměr primární trhliny.

Pro vyjádření asymetrie cyklu se používá parametr asymetrie cyklu R , který můžeme vyjádřit ve tvaru:

$$R = \frac{\sigma_d}{\sigma_h} = 2 \frac{\sigma_m}{\sigma_h} - 1, \quad (5)$$

kde σ_m je střední napětí; $\sigma_m = (\sigma_h + \sigma_d)/2$, σ_h je horní napětí, σ_d je dolní napětí.



obr. 15. Vliv středního napětí na S-N diagram [19].

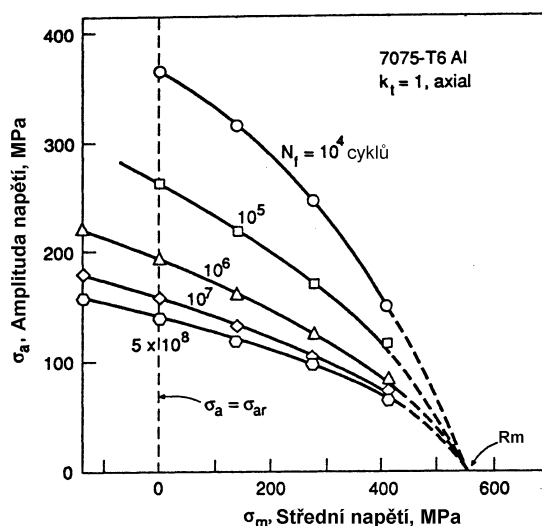
Asymetrii cyklu můžeme také vyjádřit pomocí parametrů P a A , které se definují jako:

$$P = \frac{\sigma_h}{\sigma_a}, \quad A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (6)$$

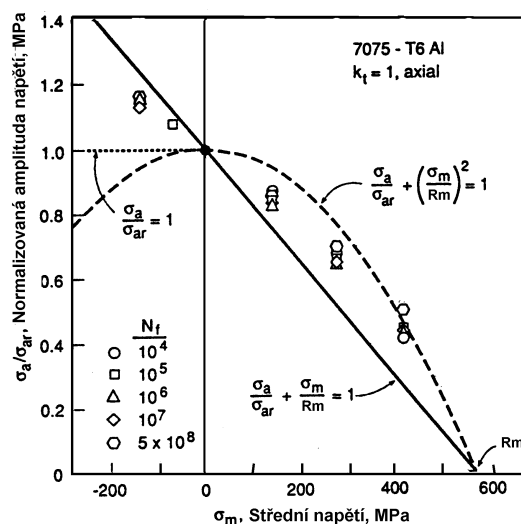
kde σ_a je amplituda napětí; $\sigma_a = (\sigma_h - \sigma_d)/2$, σ_h je horní (maximální) napětí cyklu, σ_m střední napětí.

Vliv středního napětí σ_m roste směrem k mezi únavy. Pro nízkocyklovou oblast je vliv menší než pro oblast vysokocyklovou, [obr. 15](#).

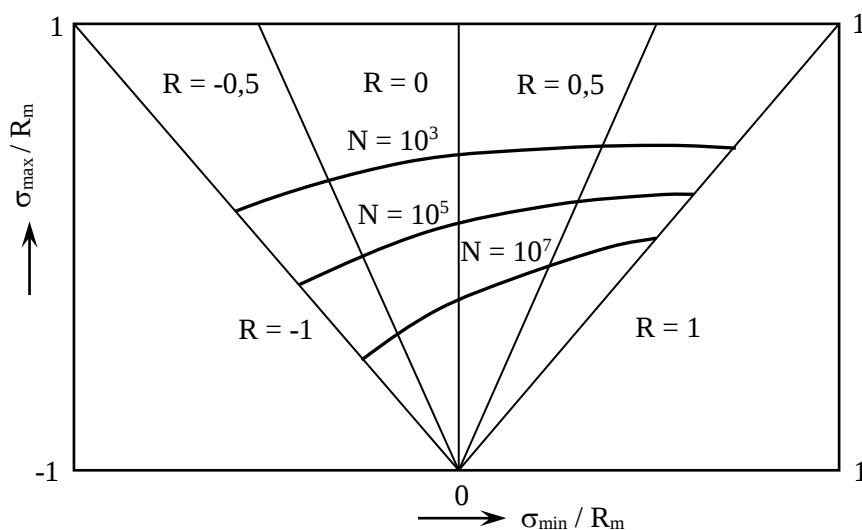
Pro vyjádření vlivu σ_m při únavovém zatěžování se používají diagramy konstantní životnosti [obr. 16](#). Ty se konstruují nejen pro hladká, ale také vrubovaná tělesa. Z diagramu konstantní životnosti je zřejmé, že zvýšení středního tahového napětí musí být doprovázeno poklesem amplitudy napětí pro zachování stejné životnosti. Použijeme-li normované amplitudy napětí σ_a/σ_{ar} , kde σ_{ar} je amplituda napětí při $\sigma_m = 0$, pro danou životnost, obdržíme normovaný diagram [obr. 17](#). Diagram konstantní životnosti může mít i jinou podobu jak je schematicky ukázáno na [obr. 18](#), protože hodnoty (σ_m, σ_a) jsou ekvivalentní hodnotám (σ_d, σ_h) .



obr. 16. Diagram konstantní životnosti pro slitinu 7075-T6 Al [20].



obr. 17. Normovaný diagram konstantní životnosti pro slitinu 7075-T6Al [20].



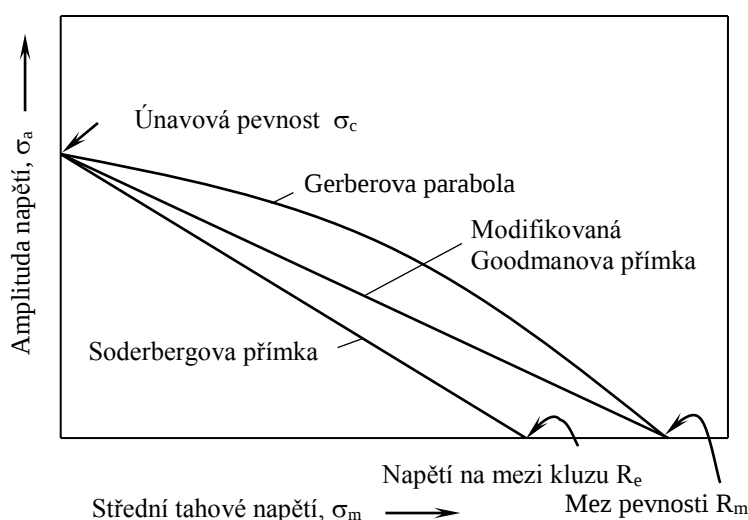
obr. 18. Diagram konstantní únavové životnosti (schematicky).

Z [obr. 17.](#) plyne, že všechna experimentální data pro různé životnosti můžeme normováním k σ_{ar} proložit jedinou křivkou. Proložíme-li přímkou, tj. závislost $\sigma_a/\sigma_{ar} + \sigma_m/R_m = 1$ za předpokladu, že budeme uvažovat mez únavy, tj. $\sigma_{ar} = \sigma_c$ obdržíme rovnici (7). Tato rovnice je nazývána Goodmanovou a umožňuje stanovit mez únavy pro dané střední napětí, za předpokladu znalosti meze únavy σ_c v symetrickém cyklu. V závislosti na materiálu lze experimentální body někdy dobře proložit přímkou, jindy skutečnost mnohem lépe vystihuje parabola. Příslušný vztah (8) je nazýván Gerberovým. Pro některé materiály vyhovuje nejlépe závislost (9), uvažující jako materiálovou konstantu mez kluzu R_e . Všechny tyto závislosti jsou schematicky ukázány na [obr. 19.](#)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1 \quad \text{modifikovaná rovnice dle Goodmana} \quad (7)$$

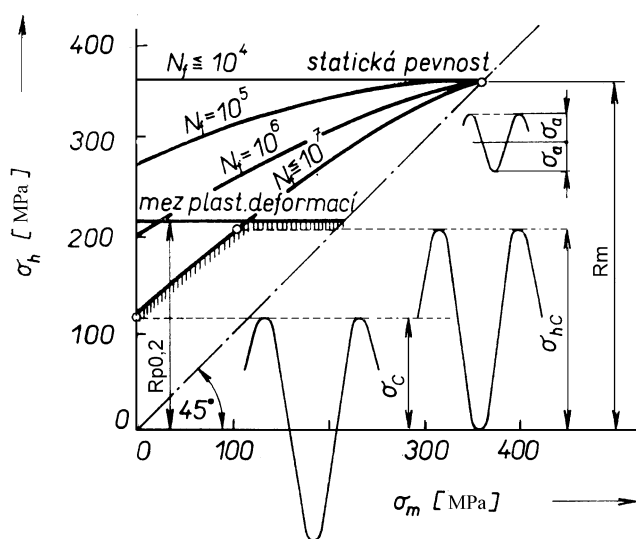
$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c} + \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 = 1 \quad \text{rovnice dle Gerbera} \quad (8)$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c} + \frac{\sigma_m}{R_e} = 1 \quad \text{rovnice dle Soderberga} \quad (9)$$



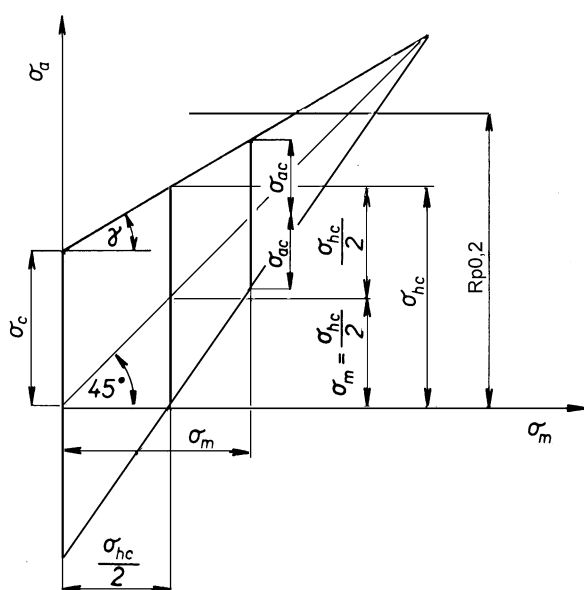
obr. 19. Modifikovaná přímka Goodmanova, Gerberova parabola a Soderbergova přímka charakterizující vliv středního napětí [19].

Jiný, běžně používaný způsob vyjádření vlivu asymetrie cyklu na životnost a mez únavy při zatěžování konstantní amplitudou napětí je ukázán na [obr. 20.](#) Pro sestavení takového diagramu je nezbytné experimentálně stanovit životnost pro různá σ_m . Experimentální body jsou pak podkladem pro konstrukci úplného Smithova diagramu ($\sigma_h = f(\sigma_m)$) [obr. 20.](#), který spočívá v systému parametrických křivek pro daný počet cyklů do lomu N_f . Experimentální stanovování Smithova diagramu je evidentně časově a experimentálně náročné a proto se činily pokusy o snazší odhady únavové pevnosti. S postupem času se nahromadila spousta experimentálně zjištěných faktorů, umožňujících konstruovat Smithův diagram pro trvalou únavovou pevnost pouze z meze únavy σ_c při symetrickém cyklu a z mechanických charakteristik, zjištěných při statické zkoušce [obr. 21.](#)



obr. 20. Úplný Smithův diagram [10].

Smithův diagram [obr. 21.](#) je omezen jen na případ trvalé pevnosti, kdy nedojde k šíření únavové trhliny. Pro časovanou únavovou pevnost ($N_f = \text{konst.}$, [obr. 20.](#)) se skládají složky nukleace a šíření trhlin, které závisí na podmínkách namáhání, mezi které patří i poměr amplitudy napětí a asymetrie cyklu. Pro oblast časované únavové pevnosti však lze nalézt empirické relace umožňující posoudit vliv středního napětí na počet cyklů do lomu.



obr. 21. Konstrukce Smithova diagramu pro mez únavy [2].

Jednou z dalších možností jak zachytit vliv středního napětí pro případ zatěžování s konstantní amplitudou napětí je použití modifikace rovnice (2) dle [21], tato rovnice se vztahuje k lineární části křivek na [obr. 15.](#), tedy k oblasti časované únavové pevnosti [obr. 13.](#):

$$\sigma_a = (\sigma'_f - \sigma_m)(2N_f)^b. \quad (10)$$

Podle rovnice (10) tahové střední napětí σ_m efektivně redukuje součinitel únavové pevnosti σ'_f a tlakové střední napětí naopak vede k jeho zvýšení [22].

Všechny výše uvedené přístupy jsou založeny na napěťových úvahách. Rozhodující veličinou při únavovém poškození je však amplituda plastické deformace. Je tedy přirozené, že byly činy i pokusy popsát vliv středních napětí na základě napěťově – deformačního přístupu [23]. Vychází z představy rovnocenného vlivu cyklického napětí a cyklické deformace. Zavádí se např. funkce ve tvaru $(\sigma_{\text{h}} \varepsilon_{\text{at}} E)^{1/2}$ a předpokládá se, že závislost počtu cyklů do lomu N_f na tomto parametru nezávisí na středním napětí.

U těchto relací je však třeba upozornit na to, že nebyly ověřeny na dostatečně širokém počtu materiálů, takže jejich použití nelze považovat za spolehlivé jako např. použití Smithova diagramu pro trvalou únavovou pevnost.

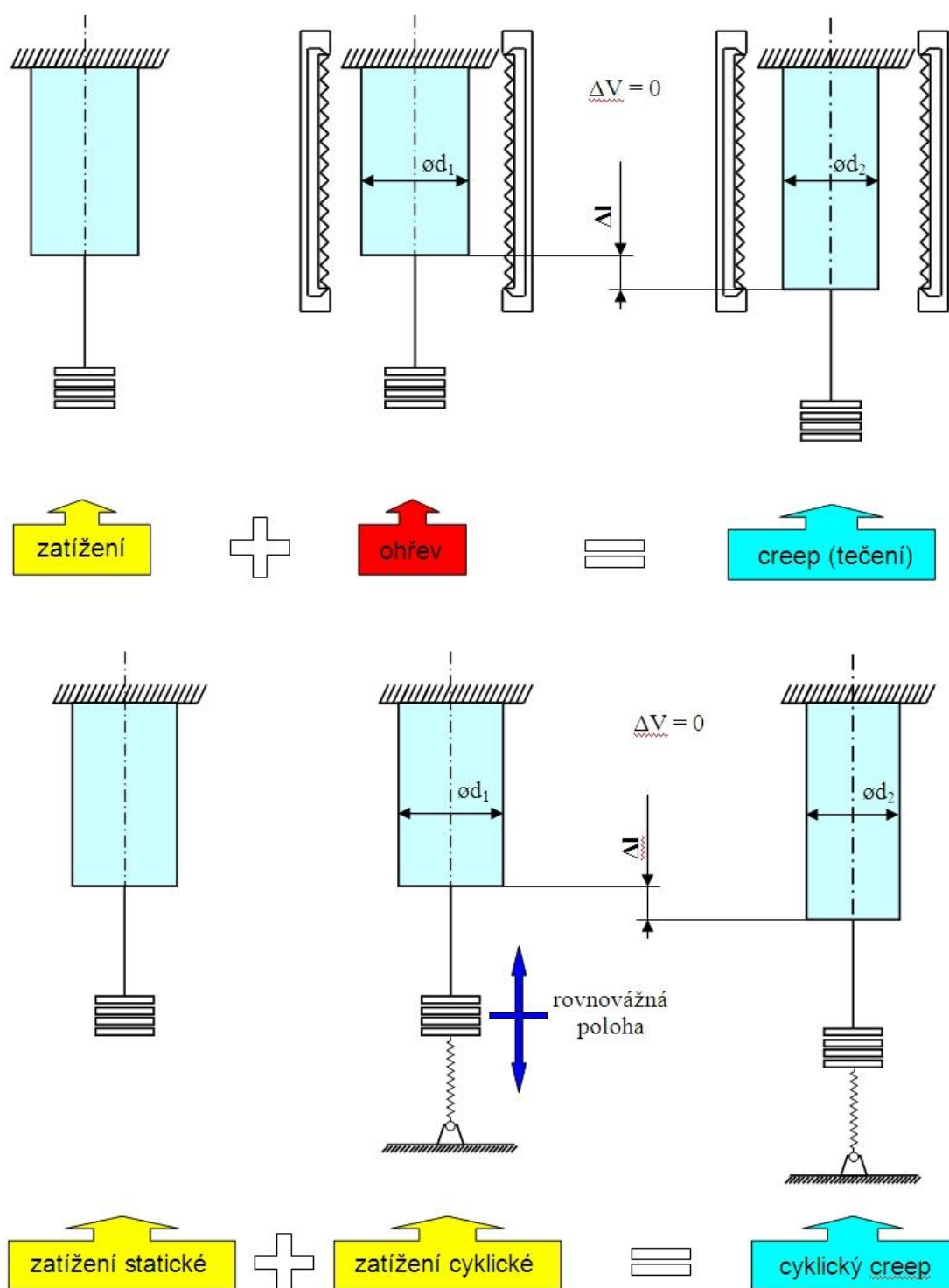
6. Cyklický creep

Cyklický creep [obr. 22.](#) je proces orientované akumulace plastické deformace při opakovaném zatěžování. Výzkum cyklického creepu je podněcován faktem, že za provozních podmínek je nejvíce strojních součástí vystaveno cyklickému zatížení, které může vést k akumulaci orientované deformace, tj. zatížení s nenulovým středním napětím. Cyklický creep jednak ovlivňuje životnost a jednak má za následek rozměrové změny namáhané součásti [obr. 23.](#)

V základním přístupu ke studiu cyklického creepu, je obvykle zkoumáno jednoosé zatěžování tah – tlak. Protože rychlost cyklického creepu je ovlivněna asymetrií zatížení, amplitudou napětí, frekvencí cyklování a tvarem cyklu, existuje mnoho druhů zatěžovacích podmínek a tedy i mnoho různých přístupů ke studiu a popisu cyklického creepu. V hrubých rysech mohou nastat tyto dva extrémní případy:

- Zatěžování s vysokým středním napětím a malou cyklickou složkou. Cyklická složka napětí může způsobit, že chování cyklického creepu je velmi blízké statickému creepu s napětím rovnajícím se hornímu napětí v cyklu. Zavedení cyklické složky napětí však může vést i k vyšší rychlosti jednosměrné deformace než při trvalém zatížení na maximální hodnotě napětí, pak hovoříme o zrychlení creepu, nebo může naopak dojít ke zpomalení creepu než při trvalém zatížení na maximální hodnotě napětí. Zrychlení creepu je obvyklé při vysokých maximálních napětích v cyklu a nízkých teplotách, zatímco zpomalení creepu se objevuje při nižších maximálních napětích v cyklu a vyšších teplotách. Vzorek obvykle praská kvazistatickým lomem s vytvořením krčku [obr. 23. C](#)
- Další extrémní případ je zatěžování s velkou cyklickou složkou napětí a malým středním napětím, tzn. cyklus se blíží symetrickému cyklu. Rychlost cyklického creepu může být nízká a rozhodující pro finální porušení je lokalizace cyklické plastické deformace a poškození iniciací a růstem únavové trhliny [obr. 23. D](#)

V obecném případě k akumulaci poškození mohou přispívat oba mechanismy, tj. současné působení významné cyklické a statické složky a výsledkem pak je případ, kdy dochází k interakci únavy a creepu. V současné době však není příliš jasné, kde je hranice mezi příspěvky jednotlivých mechanismů pro proces poškozování, tj. kdy je řídicím mechanismem únava a kdy creep. Také nejsou příliš objasněny zákonitosti interakce těchto dvou mechanismů poškozování.



obr. 22. Vysvětlení rozdílu mezi klasickým creepovým zatěžováním a cyklickým creepem.

6.1. Mechanismy a modely cyklického creepu

6.1.1. Založené na creepových zákonech

Pro popis creepu materiálu byla navržena řada vztahů, které umožňují stanovovat rychlosti creepu jako funkci napětí, v dalším se některé z nich pokousíme aplikovat na cyklické creepové chování.

Jeden z nejstarších popisů creepu materiálů [24], který navrhnul Paul Ludwig je z roku 1909. Byl prověřován na tvárných materiálech za normálních a nízkých teplot. Tohoto popisu využili Evans a kol. [25] [26], kteří zjistili, že rychlost deformace při cyklickém zatěžování uhlíkově – manganové oceli, které je charakterizováno opakovanými náhlými změnami úrovně zatěžování (dwell periods, perioda odtěžování byla $T = 10$ min a délka odtižení 1 minuta) může být dobře aproximována touto rovnicí ve tvaru

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_1 \exp(\sigma/\sigma_1), \quad (11)$$

kde $\dot{\epsilon}_1$ a σ_1 jsou konstanty, které byly určeny z experimentální závislosti rychlosti deformace na působícím napětí; σ je aplikované maximální napětí.

Dalším z popisů, pokoušející se o matematické vyjádření cyklického creepu je Ludwig - Prandtlův zákon z roku 1913 [24]. Tento se snaží o odhad rychlosti creepu za předpokladu cyklického zatěžování superponovaného na statické zatížení při zvýšených teplotách a za nízkých frekvencí cyklování. Autoři předpokládají, že se rychlost creepu mění s působícím napětím v souladu s rovnicí (12):

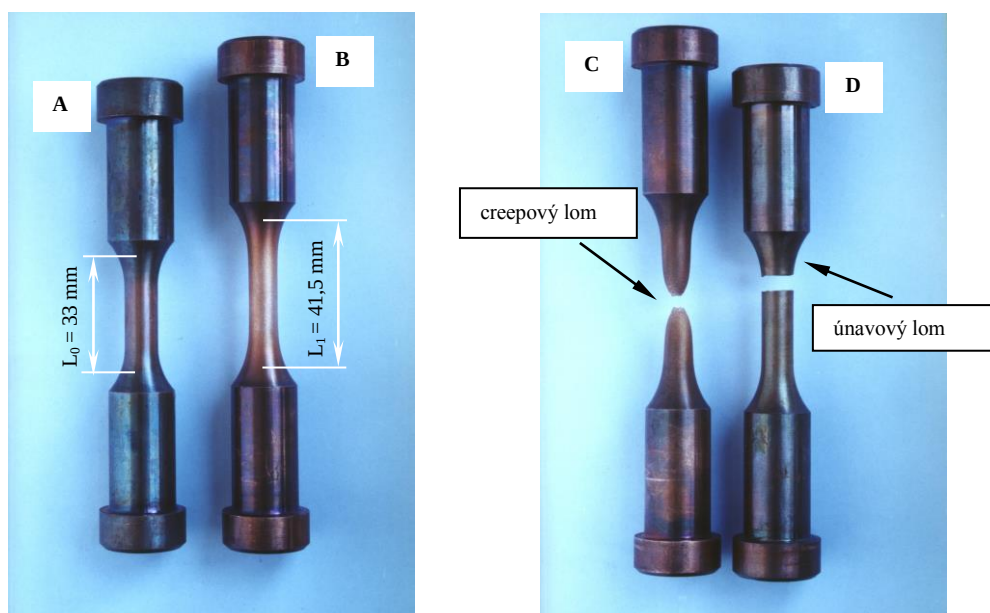
$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \sinh(\sigma/\sigma_0), \quad (12)$$

kde $\dot{\epsilon}_0 = 2 \dot{\epsilon}_1$ a $\sigma_0 = \sigma_1$ jsou konstanty, σ - působící napětí.

Třetím často používaným je experimentálně stanovený Nortonův zákon tečení:

$$\dot{\epsilon} = A\sigma^n, \quad (13)$$

kde A a n jsou konstanty, σ je působící napětí.



obr. 23. Válcový vzorek ve stavu před zatížením A) a po únavovém zatěžování s nenulovým středním napětím B), creepový lom C), únavový lom D) (polykrystalické Cu) [34].

6.1.2. Modely pro stanovení rychlosti cyklického creepu

6.1.2.1. Založené na „integraci creepových zákonů“

Chceme-li posuzovat vliv cyklické složky napětí na rychlost creepu, pak nejjednodušší představa je vzít experimentálně stanovený creepový zákon, např. (13).

Mění-li se napětí s časem, např. sinusově, jak je tomu v případě našich experimentů, pak je působící napětí definováno jako:

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \sin(\omega t), \quad (14)$$

kde σ_m je statická složka napětí a σ_a je cyklická složka působícího napětí, ω - frekvence zatěžování.

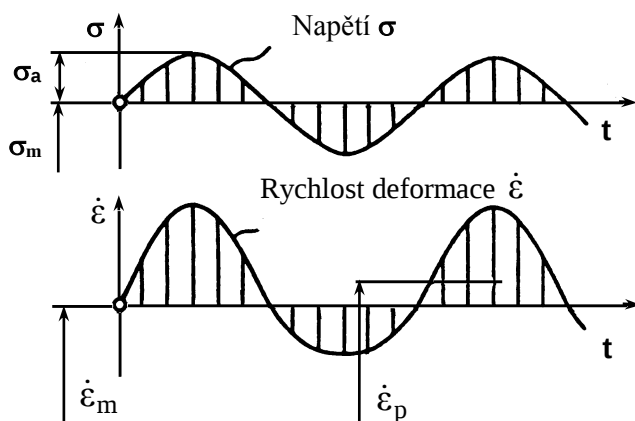
Rovnice (13) za předpokladu, že mezi creepem a cyklickým zatěžováním není synergický efekt pak nabývá tvaru (15):

$$\dot{\epsilon} = A(\sigma_m + \sigma_a \sin(\omega t))^n, \quad (15)$$

kde A a n jsou konstanty. Rychlost creepu potom osciluje mezi maximální a minimální hodnotou. Maxima a minima jsou rozložena nesymetricky k ose rychlosti deformace $\dot{\epsilon}_m$, odpovídající rychlosti deformace příslušné právě střednímu napětí σ_m [obr. 24.](#) Průměrnou rychlost creepové deformace lze pak určit integrací:

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A(\sigma_m + \sigma_a \sin \Theta)^n d\Theta. \quad (16)$$

Vzhledem k charakteru vztahu (13) je tak průměrná hodnota vyšší než rychlost creepu odpovídající střednímu napětí.



obr. 24. Creep při cyklickém zatěžování [24].

Místo Nortonova vztahu (13) lze vzít jakýkoliv vztah pro závislost rychlosti creepu na čase, tj. v případě Ludwig – Prandtlova zákona (12) se rychlost creepové deformace pohybuje mezi maximální a minimální hodnotou dle vztahů (17).

$$\dot{\epsilon}_{\max} = \dot{\epsilon}_0 \sinh \frac{\sigma_m + \sigma_a}{\sigma_0}, \quad \dot{\epsilon}_{\min} = \dot{\epsilon}_0 \sinh \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_0}, \quad (17)$$

Průměrnou hodnotu rychlosti creepu, která je vyšší než $\dot{\epsilon}_m$ lze určit jako integrál :

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\epsilon}_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sinh \frac{\sigma_h + \sigma_a \sin \Theta}{\sigma_0} d\Theta. \quad (18)$$

Tento způsob určení rychlosti cyklického creepu za využití vztahu (12) je uváděn pro vysokoteplotní creep v [24] .

Zjevná omezení tohoto jednoduchého přístupu:

- platí, pokud neexistují synergické a přechodové jevy. Ty ale existují;
- v [24] se uvádí, že tento přístup platí jen pro pomalu se měnící zatížení σ , tj. velmi malé frekvence;
- rychlost cyklického creepu takto určená bude vždy ležet v mezích daných např. rovnicí (17), tj. mezi rychlostmi odpovídajícími maximálnímu a minimálnímu napětí v cyklu.

6.1.2.2. Model založený na asymetrii $\sigma - \epsilon$ diagramů v tahu a tlaku

V roce 1960 byla zjištěna existence cyklického creepu při symetrickém cyklu, jehož vznik je přisuzován vyšší maximální hodnotě skutečného napětí v tahové půlperiodě. Podstata věci je v rozdílu prodloužení v tahu a tlaku a tedy rozdílných okamžitých průřezích (v tahu je průřez na něhož působí zatížení menší, zatímco v tlaku větší).

Toto vedlo ke snaze popsat cyklický creep v důsledku asymetrie zatěžovací a odlehčovací větve v hysterezní smyčce. Pokluda a Staněk [27] [28] diskutovali podmínky vzniku cyklického creepu a uvedli rozhodující dva faktory pro vznik cyklického creepu:

- Charakter cyklického plastického chování materiálu, tj. cyklické zpevňování nebo změkčování - interní faktor.
- Způsob silového zatěžování, tj. asymetrie zátěžného cyklu a frekvence zatěžování – externí faktor.

Aby bylo možno experimentálně oddělit vliv interního a externího faktoru, bylo by zřejmě třeba pracovat buď s ideálním materiálem (absolutně „symetrickým“ v napětově-deformačním chování v tahové a tlakové půlperiodě cyklu) nebo s absolutně napětově symetrickým zátěžným cyklem. Je zřejmé, že dosažení těchto extrémních požadavků je velmi složité. Autoři vytvořili modelový popis cyklického creepu, založený na předpokladu známého Nortonova zákona tečení ve tvaru (13) a na předpokladu výše zmíněného ideálního materiálu (tj. konstanty A a n jsou stejné v obou půlperiodách zátěžného cyklu). Pak lze ukázat, že pro plastickou deformaci v tahové čtvrtperiodě symetrického pilového zátěžného cyklu ($F = Kt$, kde F je zátěžná síla, K – konstanta, t – čas) platí pro válcový vzorek výraz

$$\epsilon^{\text{tah}}(t) = \exp \left\{ \frac{1}{1-n} \ln \left[\Theta \frac{1-n}{1+n} t^{n+1} + \left(1 + \epsilon_0^{(1)} \right)^{1-n} \right] \right\} - 1, \quad (19)$$

kde $\Theta = A \left(\frac{K}{V_0} \right)^n l_{01}^n$, V_0 – počáteční objem měrné délky vzorku, l_{01} – počáteční měrná délka vzorku,

$\epsilon_0^{(1)} = \Delta l_1^{(1)} / l_{01}$ - počáteční plastická deformace [obr. 25. a](#).

Pro tlakovou čtvrtperiodu platí

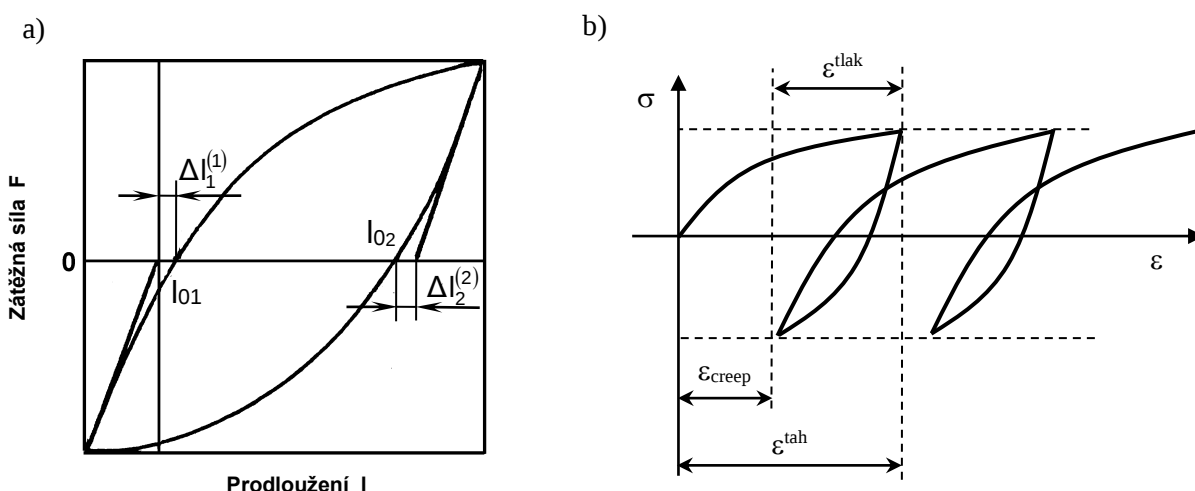
$$\varepsilon^{\text{tlak}}(t) = 1 - \exp \left\{ \frac{1}{1-n} \ln \left[\Theta \left(\frac{l_{02}}{l_{01}} \right)^n \frac{n-1}{n+1} t^{n-1} + (1 - \varepsilon_0^{(2)})^{1-n} \right] \right\}, \quad (20)$$

kde l_{02} – počáteční délka, $\varepsilon_0^{(2)} = \Delta l_2^{(2)} / l_{02}$ – počáteční plastická deformace [obr. 25. a](#)

Rozdíl mezi hodnotami plastické deformace v tahu a tlaku [obr. 25. b](#) (pro $t = T/4$, T – perioda cyklu) určuje prodloužení (zkrácení) měrné délky vzorku za jeden cyklus, tj. určuje rychlost cyklického creepu:

$$\Delta l_{\text{cykl}} = \varepsilon^{\text{tah}}(T/4) l_{01} - \varepsilon^{\text{tlak}}(T/4) l_{02}, \text{ respektive } \varepsilon_{\text{creep}} = \varepsilon^{\text{tah}}(T/4) - \varepsilon^{\text{tlak}}(T/4) \quad (21)$$

Obdobně lze odvodit výrazy pro nesymetrický pilový cyklus nebo cyklus jiného typu (např. sinusový).



obr. 25. a) Schéma hysterezní smyčky [27], b) schematické vyjádření posunu a neuzavírání hysterezních smyček v důsledku cyklického creepu.

6.1.3. Fyzikální mechanismy

Jak je vidět z výše uvedeného, naráží výpočtové modely na jistá omezení vyplývající z předpokladů např. neexistence synergických a přechodových efektů. Tyto modely však nevysvětlují fyzikální podstatu pochodů, které se dějí v materiálu v průběhu zatěžování. Pouze model popisovaný v [27] se snaží o částečný popis vlivu mikrostruktury na chování materiálu, nicméně však nejde o popis dostačující.

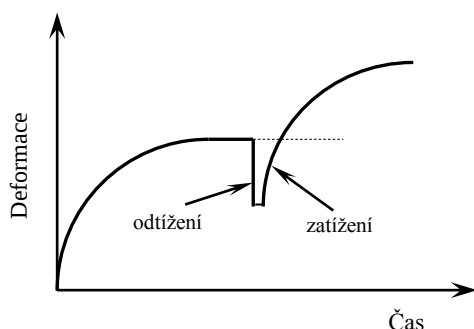
Při snahách o fyzikální popis lze obecně vycházet z těchto bodů:

- plastická deformace se děje pohybem dislokací v poli překážek. U jednosměrné deformace – creepu je kinetika procesu daná vztahem mezi zpevněním a zotavením poměrně dobře popsána [29],
- aplikace cyklické (únavové) složky vede ke vzniku specifických dislokačních struktur – viz dřívější kapitoly, buňkové struktury atp. Tyto struktury, lépe řečeno detaily dislokačních struktur závisí při únavovém zatěžování na σ_a , σ_m tedy na parametru asymetrie R a počtu aplikovaných zátěžných cyklů N ,

- cyklická složka ovlivňuje strukturu a tím i možnost pohybu dislokací v poli napětí $\sigma_m + \sigma_a$. Pro řadu materiálů je po únavovém zatěžování charakteristická buňková struktura. Dle kompozitního modelu, který uvádí Mughrabi [30] je deformovaný kov složen z tvrdých a měkkých oblastí. Bylo zjištěno, že materiál zatěžovaný kombinovaným namáháním má buňkovou dislokační strukturu. Tvrdé oblasti se přisuzují stěnám buněk, zatímco měkké oblasti vnitřní části buněk. Ve stěnách buněk (ve smyslu Mughrabiho kompozitního modelu) působí dopředné napětí, zatímco uvnitř buněk zpětné napětí. Toto zpětné napětí určující snadnost plastické deformace je kriticky závislé ne pouze na velikosti buňky, ale také na objemovém podílu stěn buněk a hlavně a to je determinující na detailech uspořádání dislokací ve stěnách buňky. Čím je rovnováha dislokačního uspořádání ve stěnách menší tím větší je zpětné napětí a tím méně jsou dislokace pohyblivé. Tzn., jestliže cyklická složka způsobuje, že dislokační rovnováha ve stěnách buněk je menší než je tomu při zatěžování pouze statickou složkou napětí dochází k zpomalování creepu a naopak. V [31] bylo zjištěno, že jak velikost stěn tak ostrost závisejí na parametru asymetrie cyklu R.

Modelových popisů je v literatuře omezené množství, jedním z dalších může být kompozitní model uváděný Meshiiim a kol. [32] [33], který předpokládá rozdělení materiálu na dvě oblasti V_1 a V_2 . V každé oblasti je homogenní plastická deformace, ale v každé z nich je tato různá. Oblast V_1 nazvěme maticí a oblast V_2 inkluzí, tato se může skládat z mnoha malých domén stejného tvaru a $f = (V_2/V_1)$ je objemový podíl inkluzí v materiálu. Plastická deformace akumulovaná v matici generuje interní napětí s opačným smyslem než má napětí aplikované a způsobuje snižování rychlost creepu. Toto interní napětí je způsobeno nehomogenitou plastické deformace mezi maticí a inkluzí. Oblasti V_1 a V_2 mají rozdílnou odolnost proti tečení, k a l . Ačkoli aplikované napětí je konstantní v celém materiálu, interní napětí je komplikované a nehomogenní. Proto je výsledné creepové chování materiálu s inkluzemi složitější než v případě homogenního materiálu.

Evans a kol. [25] [26] předpokládají, že při odtěžování obr. 26. se uplatňují dva typy dislokací a) pohyblivé a potenciálně pohyblivé dislokace a b) „obstacle dislocation“, které se nemohou pohybovat na vzdálenost větší než je několik Burgesových vektorů v důsledku jejich interakce s dislokacemi v sekundárním skluzovém systému. V okamžiku těsně před odtěžováním je rychlost deformace malá obr. 26., z toho vyplývá, že napětí působící na pohyblivé dislokace je také malé, tj. napětí působící na pohyblivé dislokace je rušeno zpětným napětím pole dlouhého dosahu od ostatních dislokací společně s krátkodosahovým polem. Při odtížení se budou pohyblivé dislokace „vracet“ vlivem vnitřního dalekodosahového napětového pole. Obnovení „dopředného“ pohybu dislokací může nastat dvěma způsoby, a) podporováním příčného skluzu původně pohyblivých šroubových dislokací, jimž byla obnovena mobilita fluktuací vnitřního napětí vlivem cyklického zatěžování. Tento příčný skluz dislokací umožňuje další jednosměrnou deformaci což vede k urychlení cyklického creepu, b) „obstacle dislocation“ se mohou přeuspořádávat v důsledku změn vnitřního napětí při cyklickém zatěžování.



obr. 26. Schematické znázornění efektu odtížení a opětovného zatížení [26].

Jak je patrné z výše uvedeného o fyzikálních mechanismech je známo jen velmi málo. Lze si teoreticky představit zpomalení creepu v důsledku aplikace σ_a , které může zapříčínovat budování překážek, toto může být popsáno na základě jednoduchého modelu klád v řece. Řeka má různé meandry a při splavování dřeva může na této přírodní překážce k zachytávání klád, které spolu s dalšími, které se postupně mohou úplně přehradit celou šířku řeky. Další a další klády tuto překážku zvětšují. Pomineme-li fyzikální zákony a zahýbali bychom řekou sem a tam, zátaras se uvolní a klády pokračují dále, tzn. urychlení creepu.

Použitá literatura :

- [1] KUNZ, L., LUKÁŠ, P., WEISS, B., MELISOVA, D.: Effect of Loading History on Cyclic Stress-Strain Responce, Mat. Sci. Eng., A314 (2001) 1-6.
- [2] KLESNIL, M., LUKÁŠ, P.: Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání, Academia, Praha, 1975.
- [3] POLÁK, J.: Cyclic Plasticity and Low Cycle fatigue Life of Metals, Academia, Prague, 1991.
- [4] KLESNIL, M., LUKÁŠ, P., POLÁK, J. a kol.: Cyklická deformácia a únava kovov, VEDA, Bratislava 1987.
- [5] GROSSKREUTZ, J.C.: The Mechanisms of Metal Fatigue (I), Phys. Stat. Sol. (b) 47, (1971) 11.
- [6] LUKÁŠ, P., KLESNIL, M.: Fatigue Hardening of Cu – Zn Alloys, Phys. Stat. Sol. 21, (1967) 717.
- [7] POKLUDA, J., KROUPA, F., OBDRŽÁLEK, L.: Mechanické vlastnosti a struktura pevných látek, PC-DIR, Brno, 1994.
- [8] MUGHRABI, H.: The Cyclic Hardening and Saturation Behaviour of Copper Single Crystals, Mat. Sci. Eng., 33 (1978) 207 – 223.
- [9] WEISS, B., KONG, S., STICKLER, R., KUNZ, L., LUKAS, P.: Cyclic Stress – Strain Responce and Strain Localization of Polycrystalline Cu Tested Under Stress – Control and Different Start-Up Procedures, Mat. Sci. Eng., A201 (1995) 65 – 76.
- [10] KLESNIL, M., LUKÁŠ, P.: Fatigue of Metallic Materials, Academia, Praha, 1992.
- [11] LUKÁŠ, P. – KUNZ, L.: Fatigue Crack Initiation in FCC Single Crystals, Proc. of the 3rd Int. Conf. on Material Structure & Micromechanics of Fracture, VUT Brno, 2001, CD p. 263 – 271.
- [12] MAY, A.N.: A Model of Metal Fatigue, Nature, 185 (1960) 303.
- [13] LIN, T.H., ITO, Y.M.: Mechanics of Fatigue Crack Nucleation Mechanism, J. Mech. Phys. Solids, 17 (1969) 511 – 523.
- [14] NEUMAN, P.: Coarse Slip Model of Fatigue, Acta Metallurgica, 17 (1969) 1219 – 1225.
- [15] MACCRONE, R.K., MCCAMMON, R.D., ROSENBERG, H.M.: The Fatigue of Metals at 1,7° K, Phil. Mag., 4 (1959) 267 – 268.
- [16] FUJITA, F.E.: Dislocation Theory of Fracture of Crystals, Acta Metallurgica, 6 (1958) 543 – 551.
- [17] VELES, P.: Mechanickém vlastnosti a skúšanie kovov , Alfa, Bratislava, 1985.
- [18] PLUHAŘ, J., PUŠKÁR, A., KOUTSKÝ, J., MACEK, K., BENEŠ, V.: Fyzikální metalurgie a mezní stavy materiálu, SNTL, Praha, 1987.
- [19] STEPHEN, R.I.: Fatigue Design Handbook, Iowa, 1977.
- [20] DOWLING, N.E.: Mechanical behavior of materials, Prentice – Hall International, Inc; Engelwood Clifs, New Jersey, 1993.
- [21] LANDGRAF, R.W.: The Resistance of Metals to Cyclic Deformation, ASTM STP, 467 (1970) 3 – 36.
- [22] SURESH, S.: Fatigue of Materials 2nd ed., Cambridge University Press, 1998.
- [23] SMITH, K. N., WATSON, P. TOPPER, T. H.: A Stress – Strain Function for the fatigue of Metals, Journal of Materials, JMLSA, 5, Dec. 1970, 767 – 778.

- [24] NADAI, A., Mc. GROWN-HILL.: Theory of Flow and Fracture of Solids, N.Y. 1963, 557 – 558.
- [25] BENNET, P. S. G., EVANS, J. T.: Creep Stimulated by Interrupted Loading in Copper and Copper – 1% Cadmium, Mat. Sci.Eng., 38 (1979) 111 – 122.
- [26] EVANS, J.T., PARKINS, R. N.: Creep Induced by Load Cycling in a C – Mn Steel, Acta Metall., 24 (1976) 511 – 515.
- [27] POKLUDA, J., STANĚK, P.: Cyklický creep ocelí 12 010, 14 331 a vliv asymetrie cyklu na životnost v oblasti časované únavové pevnosti, Kovové materiály 5, 16, Bratislava 1978.
- [28] POKLUDA, J., STANĚK, P.: Conditions of occurrence of cyclic creep at low-cycle fatigue, The Fourth Colloquium on Fatigue, ČSAV – UFM, Brno (1977) 9 – 14.
- [29] ČADEK, J.: Creep kovových materiálů, Academia, Praha 1984.
- [30] MUGHRABI, H.: Dislocation Wall and Cell Structures and Long – Range Internal Stresses in Deformed Metal Crystals, Acta metall.,31 (1983) 1367 – 1379.
- [31] LUKÁŠ, P., KUNZ, L., SKLENIČKA, V.: Interaction of High Cycle Fatigue with High Temperature Creep, Strength of Materials, Oikawa et. al. (1994) 17 – 24.
- [32] MURA, T., NOVAKOVIC, A., MESHII, M.: A Mathematical Model of Cyclic Creep Acceleration, Mat. Sci. Eng. 17 (1975) 221 – 225.
- [33] SHETTY, D.K., MURA, T., MESHII, M.: Analysis of Creep Deformation under Cyclic Loading Conditions, Mat. Sci. Eng., 20 (1975) 261 – 266.
- [34] PANTĚLEJEV, L.: Disertační práce, Brno 2002.